

Japanische Multiplikation

Quelle: <https://mathe.zone/ausarbeitungen>

Version vom 28. April 2020

Einleitung

In diesem Artikel wird ein graphisches Verfahren zur Multiplikation zweier ganzer Zahlen vorgestellt. Dieses Verfahren soll seine Wurzeln in Japan haben, weshalb es häufig als Japanische Multiplikation bezeichnet wird.

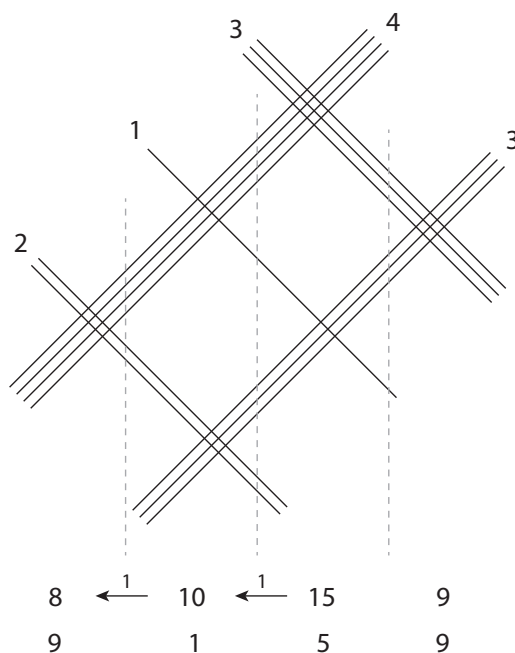
Anleitung

Zunächst wird das Verfahren anhand zweier Beispiele erklärt:

Beispiel 1: $213 \cdot 43$

Für den ersten Faktor (hier 213) zeichnet man Linien, welche nach rechts in einem Winkel von etwa 45° abfallen. Man beginnt mit dem größten Stellenwert unten (damit dieser möglichst weit links steht). Die einzelnen Stellen sollen räumlich klar getrennt sein und ungefähr denselben Abstand besitzen.

Der zweite Faktor (hier 43) wird nun ebenfalls durch derartige Linien repräsentiert. Jedoch steigen diese nach rechts an und man beginnt mit dem größten Stellenwert oben (damit dieser ebenfalls möglichst weit links steht). Insgesamt erhält man folgende Grafik:

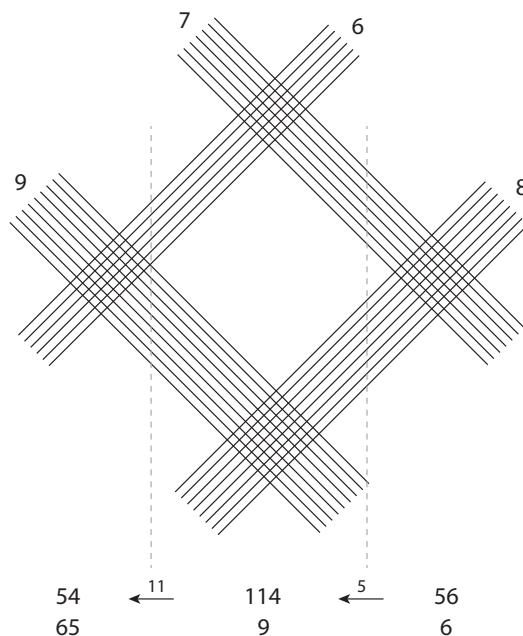


Nun werden die einzelnen Knoten (die Schnittpunkte der Linien) jedes Stellenwertes gezählt. Dabei beginnt man rechts, da es sich hierbei um die Einerstelle handelt. Sollte es an einer Stelle eine zweistellige oder dreistellige Anzahl an Knoten geben, so wandern die vorderen Ziffern um

eine Stelle nach links (zur größeren Stelle). Man erhält auf diese Weise das Ergebnis 9159.

Beispiel 2: $97 \cdot 68$

Nach dem selben Prinzip wie bei Beispiel 1 erhält man hier folgendes Resultat:



Das Ergebnis dieser Multiplikation lautet daher 6596.

Funktionsweise

Nachfolgend wird begründet, warum dieses Verfahren überhaupt funktioniert. Grundlage dafür ist die Zerlegbarkeit einer ganzen Zahl in eine Summe von Zehnerpotenzen sowie das Distributivgesetz. Die folgende Begründung wird mit zwei dreistelligen Zahlen durchgeführt, funktioniert aber ebenso mit größeren oder kleineren Zahlen. Die beiden Zahlen müssen auch nicht gleich viele Stellen besitzen.

Man betrachte die ganzen Zahlen $a_3a_2a_1$ und $b_3b_2b_1$. Diese kann man durch Aufspalten in Zehnerpotenzen auch schreiben als $a_3a_2a_1 = 100 \cdot a_3 + 10 \cdot a_2 + 1 \cdot a_1$ und $b_3b_2b_1 = 100 \cdot b_3 + 10 \cdot b_2 + 1 \cdot b_1$. Die Multiplikation dieser Ausdrücke ergibt Folgendes:

$$\begin{aligned} & (100 \cdot a_3 + 10 \cdot a_2 + a_1) \cdot (100 \cdot b_3 + 10 \cdot b_2 + b_1) = \\ & = 10\,000 \cdot a_3b_3 + 1000 \cdot (a_3b_2 + a_2b_3) + 100 \cdot (a_3b_1 + a_2b_2 + a_1b_3) + 10 \cdot (a_2b_1 + a_1b_2) + a_1b_1 \end{aligned}$$

Durch das graphische Verfahren werden genau jene Ziffernpaare zusammengefasst, welche dieselbe Zehnerpotenz als Faktor haben. Somit muss man nur noch die jeweiligen Schnittpunkte zählen (welche den Produkten $a_i b_j$ entsprechen) und unter Berücksichtigung des Stellenwertes addieren.

Grundsätzlich würde dieses Verfahren auch für Dezimalzahlen funktionieren. Man müsste hier lediglich darauf achten, wo sich die Einerstelle befindet, um das Komma beim Ergebnis richtig zu setzen.