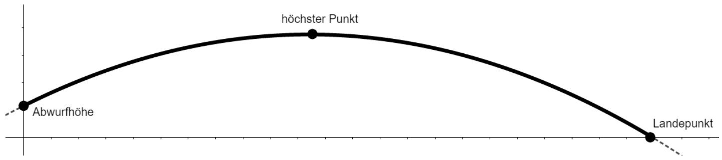
1 Die Flugkurve eines Speers entspricht der abgebildeten Parabel und kann durch folgende quadratische Funktion beschrieben werden: $f(x) = -1{,}25 \cdot 10^{-2} \cdot x^2 + 0{,}5 \cdot x + 2{,}2$. Dabei werden $f(x)$ und x jeweils in Metern gemessen.

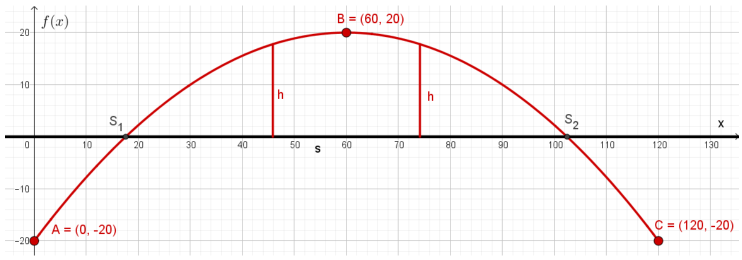


a) Ermittle die Abwurfhöhe des Speers.

b) Berechne, in welcher horizontalen Entfernung vom Abwurf der Speer gelandet ist.

c) Berechne die maximale Flughöhe des Speers.

2 Die nachfolgende Grafik zeigt eine parabelförmige Bogenbrücke. An den Punkten A und C ist der Brückenbogen im Gelände verankert und Punkt B ist der Scheitelpunkt des Brückenbogens. Die Straße verläuft entlang der horizontalen Achse. Alle Angaben sind in Meter.



a) Ermittle eine Funktionsgleichung, welche die Form des Brückenbogens gemäß dieser Abbildung beschreibt.

b) Berechne die Spannweite der Brücke, also die Entfernung zwischen den beiden Schnittpunkten S1 und S2 des Brückenbogens und der Straße.

c) Berechne die Höhe der beiden Brückenpfeiler, welche jeweils nach einem Drittel der Spannweite errichtet werden sollen.

3 Ein Stein wird von einer 50 m hohen Brücke fallen gelassen. Seine Höhe über dem Wasser wird durch $h(t) = 50 - 4{,}905t^2$ beschrieben, wobei t in Sekunden und $h(t)$ in Metern gemessen wird.

a) Berechne die mittlere Geschwindigkeit während der ersten und der zweiten Sekunde des Falls in der Einheit km/h.

b) Interpretiere die negativen Vorzeichen der Ergebnisse von Aufgabe a).

c) Berechne, nach welcher Zeit der Stein auf der Wasseroberfläche auftrifft.

d) Zeichne das zugehörige Höhe-Zeit-Diagramm. Berechne dazu die Höhe zu allen ganzen Sekunden und verwende außerdem das Ergebnis aus Frage b).

4 Ein Tennisplatz hat eine Länge von 23,77 m (78 ft). Vernachlässigt man Luftwiderstand, Wind und andere Effekte, so entspricht die Flugkurve eines Tennisballes einer quadratischen Funktion. Eine Ballwurfmaschine soll so eingestellt werden, dass der Scheitelpunkt der Flugkurve über dem Netz liegt und die Bälle dort eine Höhe von 1,2 m haben. Der Landepunkt soll 1 m vor der gegnerischen Grundlinie (dem Ende des Spielfeldes) liegen. Die Abschusshöhe der Bälle beträgt 70 cm.

a) Fertige eine Skizze dieses Sachverhalts an!

b) Berechne, in welcher Entfernung vom Netz die Maschine aufgestellt werden muss, damit eine solche Flugbahn möglich ist.

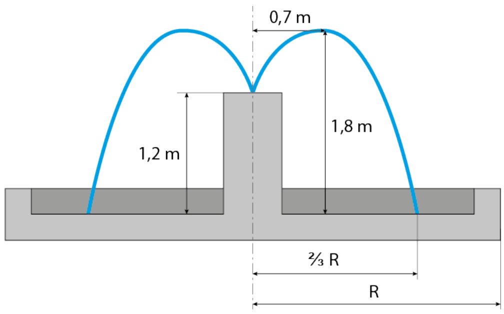
5 Ein Freistoß wird aus einer Entfernung von 20 m vom Tor geschossen. Die Mauer befindet sich 9,15 m vom Ball entfernt und es wird angenommen, dass diese 2,5 m hoch springt. Das Tor ist 2,44 m hoch. Finde eine quadratische Funktionsgleichung, welche eine mögliche Flugbahn (es gibt unendlich viele) des Balles beschreibt, sodass dieser über die Mauer hinweg ins Tor fliegt. Lege dabei den Ursprung des Koordinatensystems in den Abschusspunkt. Die Größe des Balls kann vernachlässigt werden (d. h. er kann als Punkt betrachtet werden).

6 Ein Ball wird aus 1,8 m Höhe senkrecht nach oben geschossen. Nach 2 s erreicht der Ball in 21,5 m Höhe seinen höchsten Punkt.

a) Bestimme die Funktionsgleichung in der Form $h(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$, wobei t in Sekunden und $h(t)$ in Metern gemessen wird.

b) Berechne, nach wie vielen Sekunden der Ball am Boden landet.

7 Es soll ein Springbrunnen gemäß der unten abgebildeten Skizze entworfen werden. Das Wasser soll 1,2 m über dem Beckenboden austreten. Der höchste Punkt des Wasserstrahls soll 1,8 m über dem Boden des Beckens und bei einem Radius von 0,7 m liegen. Den Boden soll das Wasser bei einem Radius von zwei Dritteln des Außenradius des Beckens erreichen. Berechne den dafür nötigen Außenradius R des Beckens!



8 Ein Löschflugzeug fliegt mit einer Geschwindigkeit von 300 km/h und wirft Wasser in einer Höhe von 200 m ab. In horizontaler Richtung bewegt sich das Wasser nach dem Abwurf mit der Geschwindigkeit des Flugzeuges. Bei Vernachlässigung des Luftwiderstandes bleibt diese Geschwindigkeit konstant. Vertikal wird das Wasser mit 9,81 m/s^2 beschleunigt. Die Höhe kann durch die Formel $h(t) = h_0 - \frac{9{,}81t}{2}$ beschrieben werden, wobei h_0 die Abwurfhöhe und t die Zeit nach dem Abwurf (in Sekunden) ist. In welcher horizontalen Entfernung vor dem Brand muss das Wasser abgeworfen werden, damit es diesen trifft?

9 Bei Kraftfahrzeugen ist der Treibstoffverbrauch von der Geschwindigkeit abhängig. Sehr langsame Geschwindigkeiten und sehr hohe Geschwindigkeiten führen zu einem erhöhten Treibstoffverbrauch. Für ein bestimmtes Modell ist der Verbrauch im höchsten Gang (gemessen in Liter/100 km) in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit (in km/h, gültig ab 50 km/h) durch folgende Funktion gegeben:

$$f(x) = 0{,}0008x^2 - 0{,}09x + 8$$

Für eine Fahrt stehen zwei Routen zur Verfügung. Einerseits können 230 km auf der Autobahn (Durchschnittsgeschwindigkeit: 120 km/h) gefahren werden und andererseits kann das Ziel auch durch 280 km auf Landstraßen (Durchschnittsgeschwindigkeit: 75 km/h) erreicht werden.

a) Stelle die Funktion f im Intervall $[50; 150]$ graphisch dar!

b) Berechne, bei welcher Geschwindigkeit das Fahrzeug den geringsten Verbrauch hat.

c) Berechne, auf welcher der beiden Routen weniger Treibstoff verbraucht wird. Gib jeweils den tatsächlichen Gesamtverbrauch an!

d) Berechne, wie viel Zeit man sich durch die erste Route (Autobahn) erspart.

$\boxed{1}$

$\boxed{2}$

$\boxed{3}$

$\boxed{4}$

$\boxed{5}$