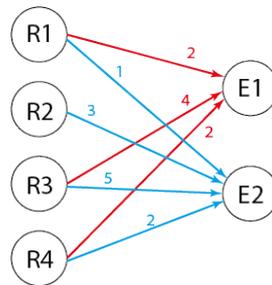


- 1] Der nachfolgend abgebildete Gozintograph zeigt einen einstufigen Produktionsprozess:



- a) Erkläre die Bedeutung der Zahl 5 im obigen Gozintographen.  
 b) Gib die zugehörige Verflechtungsmatrix an.  
 c) Berechne mit Hilfe der Matrizenrechnung, welche Menge der drei Rohstoffe nötig ist, um 15 Stück des ersten Produktes (E1) und 12 Stück des zweiten Produktes (E2) zu erzeugen.
- 2] Aus drei Rohstoffen (R1, R2, R3) werden drei Zwischenprodukte (Z1, Z2, Z3) hergestellt. Aus diesen drei Zwischenprodukten werden drei Endprodukte (E1, E2, E3) hergestellt. Um diesen Produktionsprozess zu beschreiben, werden folgende Bezeichnungen verwendet:

$V_1$  ... Verflechtungsmatrix zwischen Rohstoffen und Zwischenprodukten

$V_2$  ... Verflechtungsmatrix zwischen Zwischenprodukten und Endprodukten

$V = V_1 \cdot V_2$  ... Verflechtungsmatrix zwischen Rohstoffen und Endprodukten

Die Reihenfolge der Produkte in den Zeilen und Spalten entspricht dabei den obigen Klammern

- a) Ermittle anhand der nachfolgenden Gleichung die unbekannte Verflechtungsmatrix  $V_2$ .

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 2 \\ 8 & 10 & 16 \end{pmatrix} \cdot V_2 = \begin{pmatrix} 48 & 42 & 34 \\ 17 & 18 & 12 \\ 126 & 112 & 88 \end{pmatrix}$$

- b) Erkläre, was die Zahl 112 in der Gleichung von Aufgabe a) im gegebenen Sachzusammenhang bedeutet.  
 c) Es werden 40 Stück von E1, 20 Stück von E2 und 15 Stück von E3 bestellt. Ermittle mit Hilfe der Matrizenrechnung den dazu nötigen Bedarf an Rohstoffen.
- 3] Von einem Produktionsprozess mit drei Rohstoffen (R1, R2, R3), drei Zwischenprodukten (Z1, Z2, Z3) und drei Endprodukten (E1, E2, E3) ist die Gesamtverflechtungsmatrix  $V$  (zwischen Rohstoffen und Endprodukten) gegeben:

$$V = \begin{pmatrix} 22 & 18 & 14 \\ 16 & 13 & 9 \\ 110 & 90 & 70 \end{pmatrix}$$

- a) Erkläre, was die Zahl 70 in der obigen Matrix im gegebenen Sachzusammenhang bedeutet.  
 b) Die Preise der Rohstoffe sind durch den Zeilenvektor  $p$  gegeben. Gib an, welches Format das Ergebnis von  $p \cdot V$  haben muss und welche Bedeutung dieses Ergebnis im gegebenen Sachzusammenhang hat.  
 c) Es ist auch die Verflechtungsmatrix  $V_2$  zwischen den Zwischenprodukten und den Endprodukten bekannt:

$$V_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Berechne die Verflechtungsmatrix  $V_1$  zwischen den Rohstoffen und den Zwischenprodukten.

- 4 In einem Produktionsprozess gibt es die Rohstoffe R1, R2, R3, die Zwischenprodukte Z1, Z2 und die Endprodukte E1, E2. Die Zusammenhänge werden durch folgende Tabelle beschrieben.

	R1	R2	R3	Z1	Z2	E1	E2
R1	0	0	0	5	7	3	8
R2	0	0	0	50	40	0	0
R3	0	0	0	12	15	0	0
Z1	0	0	0	0	0	2	5
Z2	0	0	0	0	0	4	5
E1	0	0	0	0	0	0	0
E2	0	0	0	0	0	0	0

- Interpretiere die Bedeutung der Zahl 8 in der obigen Tabelle im gegebenen Sachzusammenhang.
- Zeichne einen Gozintographen des Produktionsprozesses.
- Im Lager befinden sich 1000 ME von R1. Überprüfe nachvollziehbar, ob mit diesem Lagerstand 50 ME von Z1 und 50 ME von Z2 hergestellt werden können.
- Ein Kunde bestellt 10 Stück von E1, 20 Stück von E2 sowie 10 Stück von Z1. Ermittle den Produktionsvektor  $\vec{x}$ .
- Erkläre, warum es beim hier vorliegenden Sachverhalt nicht möglich ist, für jeden Produktionsschritt (Rohstoffe  $\rightarrow$  Zwischenprodukte, Zwischenprodukte  $\rightarrow$  Endprodukte) eine eigene Verflechtungsmatrix zu verwenden.

1 a) Für die Herstellung von 1 ME von E2 werden 5 ME von R3 benötigt.

b) 
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

c) 
$$\begin{pmatrix} 42 \\ 36 \\ 120 \\ 54 \end{pmatrix}$$

2 a) 
$$V_2 = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 5 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

b) Für ein Stück von E2 werden 112 Einheiten von R3 benötigt

c) 
$$\begin{pmatrix} 3270 \\ 1220 \\ 8600 \end{pmatrix}$$

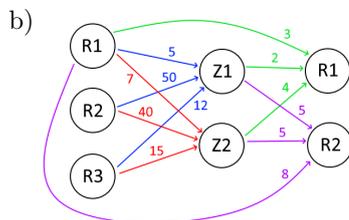
3 a) Für ein Stück von E3 werden 75 Einheiten von R3 benötigt

b) Format:  $1 \times 3$  (eine Zeile, drei Spalten)

Bedeutung: Die Zahlen entsprechen den Herstellungskosten der Endprodukte (pro Stück).

c) 
$$V_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 4 \\ 10 & 15 & 25 \end{pmatrix}$$

4 a) Für die Herstellung von 1 ME von E2 werden 8 ME von R1 benötigt.



c)  $5 \cdot 50 + 7 \cdot 50 = 600 < 1000$

d) 
$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1820 \\ 12100 \\ 3660 \\ 130 \\ 140 \\ 10 \\ 20 \end{pmatrix}$$

e) weil auch Rohstoffe für die Erstellung der Endprodukte benötigt werden