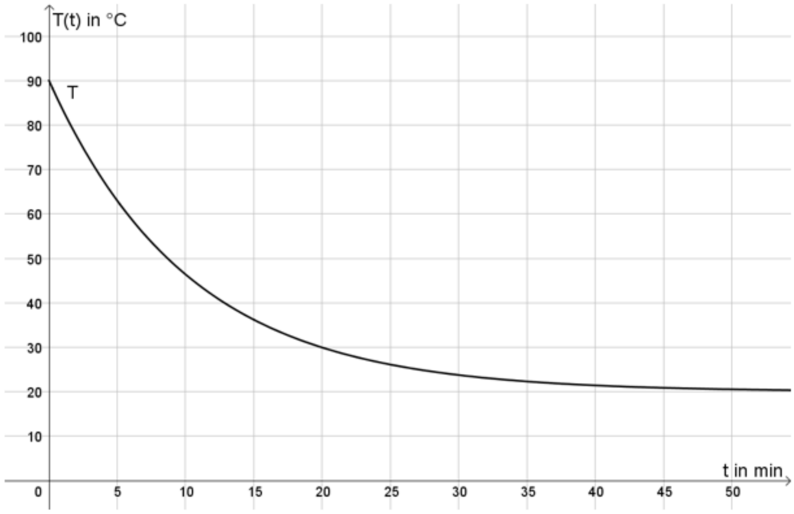
Arbeitsblatt: Beschränkte Funktion

Version vom 14. Februar 2025

$\boxed{1}$ Die Abkühlung einer Tasse Tee erfolgt gemäß der folgenden Abbildung. Ermittle die Funktionsgleichung dieser beschränkten Funktion.



$\boxed{2}$ Ein kaltes Getränk mit einer Temperatur von 5 °C wird in einem Raum mit 25 ° Umgebungstemperatur gestellt. Wähle aus, welche Funktionsgleichung den Temperaturverlauf des Getränks beschreiben könnte und begründe deine Auswahl.

◯ $T_1(t) = 25 + 5 \cdot 0{,}95^t$	◯ $T_3(t) = 5 + 20 \cdot 0{,}95^t$	◯ $T_5(t) = 25 + 20 \cdot 0{,}95^t$
◯ $T_2(t) = 25 - 5 \cdot 0{,}95^t$	◯ $T_4(t) = 5 - 20 \cdot 0{,}95^t$	◯ $T_6(t) = 25 - 20 \cdot 0{,}95^t$

$\boxed{3}$ Eine Tasse Kaffee mit einer Temperatur von 85 °C wird in einen Raum mit einer Temperatur von 15 °C gestellt. Nach 14 Minuten beträgt die Temperatur des Kaffees nur noch 60 °C. Es wird davon ausgegangen, dass diese durch eine beschränkte Abnahmefunktion beschrieben werden kann.

a) Fertige eine Skizze des Funktionsgraphen an.

b) Bestimme die Funktionsgleichung in der Form $T(t) = a + b \cdot e^{k \cdot t}$, wobei t in Minuten gemessen wird. Runde k auf mindestens 4 Nachkommastellen!

c) Bestimme, nach welcher Zeit die Temperatur nur noch 30 °C beträgt.

d) Welche Temperatur hat der Kaffee 20 Minuten nachdem er in den Raum gestellt wurde?

$\boxed{4}$ Ein glühendes Metallstück mit einer Temperatur von 850 °C kühlt in einem 25 °C warmen Raum ab. Nach 20 Minuten beträgt seine Temperatur nur noch 70 °C. Der Abkühlprozess wird durch die Funktionsgleichung $T(t) = S + b \cdot a^t$ beschrieben, wobei t in Minuten und $T(t)$ in °C gemessen wird. Bestimme die Parameter S, b, a.

$\boxed{5}$ Das Wachstum einer bestimmen Pflanzenart wird durch die beschränkte Funktion $h(t) = 75 - 65 \cdot e^{-0{,}018t}$ beschrieben. Dabei ist t die Zeit nach dem Anpflanzen gemessen in Tagen und $h(t)$ die zugehörige Höhe in Zentimetern.

a) Wie groß sind die Pflanzen zum Zeitpunkt des Anpflanzens?

b) Was ist die Maximalhöhe dieser Pflanzenart?

c) Wie groß ist die Pflanze zwei Wochen nach dem Anpflanzen?

d) Wie viele Tage nach dem Anpflanzen hat die Pflanze eine Höhe von 50 cm erreicht?

6 Das Newtonsche Abkühlungsgesetz besagt, dass sich die Temperatur eines T eines Objektes im Laufe der Zeit t gemäß einer beschränkten Abnahme- bzw. Zunahmefunktion der konstanten Umgebungstemperatur T_U annähert. Ein toter Mensch wird mit einer Körpertemperatur von 25 °C gefunden. Eine Stunde später beträgt diese nur noch 22 °C. Die Umgebungstemperatur lag konstant bei 18 °C und die Körpertemperatur des lebenden Menschen wird mit 36 °C angenommen.

a) Bestimme die Abkühlungsfunktion $T(t)$, wobei t die Zeit seit dem Auffinden der Leiche ist (gemessen in Stunden).

b) Wie lange vor dem Auffinden der Leiche ist die Person gestorben?

7 Es ist die Funktionsgleichung $f(x) = 20 + 75 \cdot 0{,}8^x$ mit der Information $f(10) = 28$ gegeben. Erfinde einen Kontext, der zu dieser Angabe passt und beschreibe ihn anhand der bekannten Informationen möglichst genau.

8 Felix läuft 1000 m in exakt 3 Minuten und 5000 m in 18 min 30 s. Außerdem liegt seine Grundgeschwindigkeit, also jene Geschwindigkeit, mit welcher er theoretisch beliebig weit laufen könnte, bei 12 km/h.

a) Stelle eine beschränkte Abnahmefunktion auf, welche die Geschwindigkeit v (in km/h) in Abhängigkeit der Laufdistanz x (in m) beschreibt.

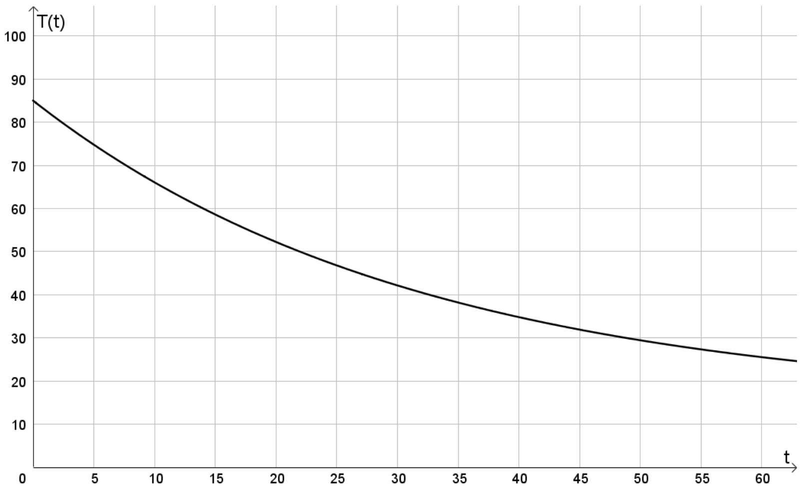
b) Berechne, wie lange Felix für 10 000 m brauchen wird.

$\boxed{1}$ $T(t) \approx 20 + 70 \cdot 0{,}907^t$

$\boxed{2}$ Richtig ist T_6.

Die Schranke muss den Wert 25 besitzen (Umgebungstemperatur). Somit scheiden T_3 und T_4 aus. Der Faktor der Potenz entspricht dem anfänglichen Abstand von der Schranke und muss daher den Wert 20 besitzen. Somit bleiben nur noch T_5 und T_6 übrig. Da sich der Funktionsgraph von unten an die Schranke annähert und somit zu jedem Zeitpunkt kleiner als 25 ist, muss jener Funktionsterm mit dem negativen Vorzeichen gewählt werden (also T_6).

$\boxed{3}$ a)



b) $T(t) \approx 15 + 70 \cdot e^{-0{,}031559 \cdot t}$

c) ca. 48,8 min

d) ca. 52,2 °C

$\boxed{4}$ $S = 25,\ b = 825,\ a \approx 0{,}864645$

$T(t) \approx 25 + 825 \cdot 0{,}864645^t$

$\boxed{5}$ a) 10 cm

b) 75 cm

c) ca. 24,48 cm

d) ca. 53 Tage

$\boxed{6}$

$\boxed{7}$

$\boxed{8}$