Arbeitsblatt: Unbestimmte Integrale

Version vom 2. August 2025

1 Ermittle jeweils das unbestimmte Integral!

a) $\int x^2\,dx$
b) $\int x^{-2}\,dx$
c) $\int \frac{1}{x^3}\,dx$
d) $\int \frac{dx}{x}$
e) $\int \sqrt{x}\,dx$
f) $\int \sqrt{x^3}\,dx$
g) $\int \sqrt[5]{x^2}$
h) $\int \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$
i) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$
j) $\int \sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt{x^3}\,dx$
k) $\int x\cdot\sqrt[4]{x^3}\,dx$
l) $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x}}\,dx$

2 Ermittle jeweils das unbestimmte Integral! Verwende dazu die Summen- und die Faktorregel.

a) $\int \big(4x-3\big)\,dx$
b) $\int \big(\frac{2}{3}\,x^2-\frac{5}{2}\,x-1\big)\,dx$
c) $\int \big(20x^3-15x^2+6x-17\big)\,dx$
d) $\int \big(3\cos(t)-6\sin(t)\big)\,dt$
e) $\int \big(3x^2-2\cdot 3^x-5\cos(x)+3\cdot\sqrt{x}\big)\,dx$
f) $\int \frac{6x^2-20}{4}\,dx$
g) $\int \frac{5x-3}{x}\,dx$
h) $\int \frac{(3-2x)^2}{2x}\,dx$
i) $\int \frac{1-z}{\sqrt{z}}\,dz$

3 Ermittle jeweils das unbestimmte Integral!

a) $\int 4x^2yz^3\,dy$
b) $\int \frac{xy^2}{z^3}\,dz$
c) $\int 2\cdot\sin(3t+1)\,dx$

4 Ermittle jeweils das unbestimmte Integral! Verwende dazu die lineare Substitution.

a) $\int \cos(2t)\,dt$
b) $\int e^{-t}\,dt$
c) $\int \frac{1}{x+1}\,dx$
d) $\int \frac{1}{(x+1)^2}\,dx$
e) $\int \big(3\cdot\sin(7t+1)-2\big)\,dt$
f) $\int \frac{3}{7-4x}\,dx$
g) $\int \frac{5}{(2x-8)^2}\,dx$
h) $\int 10\cdot 3^{5t-2}\,dt$
i) $\int \sqrt{19-3x}\,\,dx$
j) $\int a\cdot e^{-kt}\,dt$

5 Ermittle jeweils das unbestimmte Integral! Verwende dazu das Substitutionsverfahren.

a) $\int \frac{\ln(x)^2}{x}\,dx$
b) $\int 6t\cdot\sin(t^2-3)\,dt$
c) $\int \frac{u}{u^2+3}\,du$
d) $\int \frac{9s}{s^2+4}\,ds$
e) $\int 20x\cdot\sqrt{5x^2+10}\,\,dx$
f) $\int \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$
g) $\int \frac{4x+6}{\sqrt{x^2+3x-5}}\,dx$
h) $\int \frac{\ln(z)}{z}\,dz$
i) $\int \frac{\ln(5t)}{2t}\,dt$
j) $\int x^2\cdot e^{\left(x^3\right)}\,dx$
k) $\int \frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\,dx$

6 Ermittle jeweils das unbestimmte Integral! Verwende dazu die partielle Integration.

a) $\int t\cdot e^{2t}\,dt$
b) $\int s\cdot\ln(s)\,ds$
c) $\int t^2\cdot e^t\,dt$
d) $\int x\cdot e^{-x}\,dx$
e) $\int t\cdot\cos(t)\,dt$
f) $\int t^2\cdot\sin(t)\,dt$
g) $\int 4z\cdot\ln(8z)\,dz$
h) $\int 4x^2\cdot e^{8x}\,dx$
i) $\int 3t\cdot\cos(2t+5)\,dt$
j) $\int 3t\cdot 2^t\,dt$

7 Ermittle jeweils das unbestimmte Integral! Recherchiere gegebenenfalls im Internet nach passenden Ansätzen.

a) $\int \ln(x)\,dx$
b) $\int \ln(x)^2\,dx$
c) $\int \tan(x)\,dx$
d) $\int \tan^2(x)\,dx$
e) $\int \sin(x)\cdot\cos(x)\,dx$
f) $\int e^x\cdot\cos(x)\,dx$
g) $\int 2^x\cdot\sin(3x)\,dx$
h) $\int 5\cdot\log_3(4x)\,dx$

8 Ermittle jeweils das unbestimmte Integral! Verwende dazu die Partialbruchzerlegung.

a) $\int \frac{2x+3}{x^2+x-6}\,dx$ b) $\int \frac{2x^2+3x-5}{x+1}\,dx$ c) $\int \frac{2x+5}{-3x^2+x+2}\,dx$

9 Kreuze nachfolgend alle wahren Aussagen an.

- ◯ Die Funktion $f(x) = 3x^2$ besitzt unendlich viele Stammfunktionen.
- ◯ Wenn F eine Stammfunktion von f ist, dann ist auch $F - 5$ eine Stammfunktion von f.
- ◯ Die Funktion $g(x) = 5x^3$ besitzt unendlich viele unbestimmte Integrale.
- ◯ Wenn F_1 und F_2 Stammfunktionen von $f \neq 0$ sind, dann ist auch $F_1 + F_2$ eine Stammfunktion von f.
- ◯ $F_1(x) = (x-2)^2$ und $F_2(x) = x^2 - 4x$ sind zwei Stammfunktionen derselben Funktion.
- ◯ Wenn F eine Stammfunktion von f ist, dann ist auch $3 \cdot F$ eine Stammfunktion von f.

Lösungsblatt: Unbestimmte Intergrale

1

a) $\frac{x^3}{3} + c$
b) $-\frac{1}{x} + c$
c) $-\frac{1}{2x^2} + c$
d) $\ln(|x|) + c$
e) $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{x^3} + c$
f) $\frac{2}{5} \cdot \sqrt{x^5} + c$
g) $\frac{5}{7} \cdot \sqrt[5]{x^7} + c$
h) $2 \cdot \sqrt{x} + c$
i) $3 \cdot \sqrt[3]{x} + c$
j) $\frac{6}{19} \cdot \sqrt[6]{x^{19}} + c$
k) $\frac{4}{11} \cdot \sqrt[4]{x^{11}} + c$
l) $\frac{3}{8} \cdot \sqrt[3]{x^8} + c$

2

a) $2x^2 - 3x + c$
b) $\frac{2}{9}\, x^3 - \frac{5}{4}\, x^2 - x + c$
c) $5x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 17x + c$
d) $3\sin(t) + 6\cos(t) + c$
e) $x^3 - \frac{2 \cdot 3^x}{\ln(3)} - 5\sin(x) + 2 \cdot \sqrt{x^3} + c$
f) $\frac{x^3}{2} - 5x + c$
g) $-3\ln(|x|) + 5x + c$
h) $\frac{9}{2}\, \ln(|x|) - 6x + x^2 + c$
i) $\frac{2}{3}\sqrt{z^3} + 2\sqrt{z} + c$

3

a) $2x^2y^2z^3 + c$
b) $-\frac{xy^2}{2z^2} + c$
c) $2x \cdot \sin(3t+1) + c$

4

a) $\frac{1}{2}\, \sin(2t) + c$
b) $-e^{-t} + c$
c) $\ln(|x+1|) + c$
d) $-\frac{1}{x+1} + c$
e) $-\frac{3}{7}\, \cos(7t+1) - 2t + c$
f) $-\frac{3}{4}\, \ln(|4x-7|) + c$
g) $\frac{5}{16-4x} + c$
h) $\frac{2 \cdot 3^{5t-2}}{\ln(3)} + c$
i) $-\frac{2}{9}\sqrt{(19-3x)^3} + c$
j) $-\frac{a}{k} \cdot e^{-kt} + c$

5

a) $\frac{\ln(x)^3}{3} + c$
b) $-3\, \cos(t^2 - 3) + c$
c) $\frac{\ln(u^2+3)}{2} + c$
d) $\frac{9}{2} \cdot \ln(s^2+4) + c$
e) $\frac{4}{3} \cdot \sqrt{(5x^2+10)^3} + c$
f) $2 \cdot \sqrt{x^2+1} + c$
g) $4 \cdot \sqrt{x^2+3x-5} + c$
h) $\frac{\ln(z)^2}{2} + c$
i) $\frac{\ln(5t)^2}{4} + c$
j) $\frac{1}{3}\, e^{\left(x^3\right)} + c$
k) $2\, \sin(\sqrt{x}) + c$

6

a) $e^{2t} \cdot \left(\frac{t}{2} - \frac{1}{4}\right) + c$
b) $\frac{1}{2}\, s^2 \cdot \ln(s) - \frac{1}{4}\, s^2 + c$
c) $e^t \cdot (t^2 - 2t + 2) + c$
d) $-e^{-x} \cdot (x+1) + c$
e) $t \cdot \sin(t) + \cos(t) + c$
f) $-t^2 \cdot \cos(t) + 2t \cdot \sin(t) + 2 \cdot \cos(t) + c$
g) $2z^2 \cdot \ln(8z) - z^2 + c$
h) $e^{8x} \cdot \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{8} + \frac{1}{64}\right) + c$
i) $\frac{3}{2} \cdot t \cdot \sin(2t+5) + \frac{3}{4} \cdot \cos(2t+5) + c$
j) $\frac{3t \cdot 2^t}{\ln(2)} - \frac{3 \cdot 2^t}{(\ln(2))^2} + c$

7

a) $x \cdot \ln(x) - x + c$
partielle Integration mit $1 \cdot \ln(x)$

b) $x \cdot \ln(x)^2 - 2x \cdot \ln(x) + 2x - c$
partielle Integration mit $1 \cdot \ln(x)^2$

c) $-\ln(|\cos(x)|) + c$
$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$, Substitution $u = cos(x)$

d) $\tan(x) - x + c$
erweitern zu $\tan^2(x) + 1 - 1$ und dann aufspalten, denn $\int(\tan^2(x)+1)\, dx = \tan(x)$

e) $\frac{1}{2}\, \sin^2(x) + c$ oder $-\frac{1}{2}\, \cos^2(x) + c$
partielle Integration: es entsteht dasselbe Integral nochmal, sodass es durch Umformen auf eine Seite gebracht werden kann

f) $e^x \cdot \frac{\sin(x)+\cos(x)}{2} + c$
zweifache partielle Integration: es entsteht dasselbe Integral nochmal, sodass es durch Umformen auf eine Seite gebracht werden kann

g) $\frac{-3 \cdot 2^x \cdot \cos(3x)}{(\ln(2))^2+9} + \frac{\ln(2) \cdot 2^x \cdot \sin(3x)}{(\ln(2))^2+9} + c$

h) ...

$\boxed{8}$ a) $\frac{7}{5} \cdot \ln(|x-2|) + \frac{3}{5} \cdot \ln(|x+3|) + c$

b) $x^2 + x - 6 \cdot \ln(|x+1|) + c$

c) $-\frac{7}{5} \cdot \ln(|x-1|) + \frac{11}{15} \cdot \ln(|3x+2|) + c$

$\boxed{9}$ wahr, wahr, falsch, falsch, wahr, falsch