Arbeitsblatt: Unbestimmte Integrale

1 Ermittle jeweils das unbestimmte Integral!

a) $\int x^2\,dx$ d) $\int \frac{dx}{x}$ g) $\int \sqrt[5]{x^2}$ j) $\int \sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt{x^3}\,dx$

b) $\int x^{-2}\,dx$ e) $\int \sqrt{x}\,dx$ h) $\int \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$ k) $\int x\cdot\sqrt[4]{x^3}\,dx$

c) $\int \frac{1}{x^3}\,dx$ f) $\int \sqrt{x^3}\,dx$ i) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$ l) $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x}}\,dx$

2 Ermittle jeweils das unbestimmte Integral! Verwende dazu die Summen- und die Faktorregel.

a) $\int \big(4x-3\big)\,dx$

b) $\int \big(\frac{2}{3}\,x^2-\frac{5}{2}\,x-1\big)\,dx$

c) $\int \big(20x^3-15x^2+6x-17\big)\,dx$

d) $\int \big(3\cos(t)-6\sin(t)\big)\,dt$

e) $\int \big(3x^2-2\cdot 3^x-5\cos(x)+3\cdot\sqrt{x}\big)\,dx$

f) $\int \frac{5x-3}{x}\,dx$

g) $\int \frac{(3-2x)^2}{2x}\,dx$

h) $\int \frac{1-z}{\sqrt{z}}\,dz$

3 Ermittle jeweils das unbestimmte Integral!

a) $\int 4x^2yz^3\,dy$ b) $\int \frac{xy^2}{z^3}\,dz$ c) $\int 2\cdot\sin(3t+1)\,dx$

4 Ermittle jeweils das unbestimmte Integral! Verwende dazu die lineare Substitution.

a) $\int \cos(2t)\,dt$ d) $\int \frac{1}{(x+1)^2}\,dx$ g) $\int 10\cdot 3^{5t-2}\,dt$

b) $\int e^{-t}\,dt$ e) $\int \left(3\cdot\sin(7t+1)-2\right)\,dt$ h) $\int \sqrt{19-3x}\,\,dx$

c) $\int \frac{1}{x+1}\,dx$ f) $\int \frac{3}{7-4x}\,dx$ i) $\int a\cdot e^{-kt}\,dt$

5 Ermittle jeweils das unbestimmte Integral! Verwende dazu das Substitutionsverfahren.

a) $\int \frac{\ln(x)^2}{x}\,dx$ d) $\int 20x\cdot\sqrt{5x^2+10}\,\,dx$ g) $\int \frac{\ln(z)}{z}\,dz$

b) $\int 6t\cdot\sin(t^2-3)\,dt$ e) $\int \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$ h) $\int x^2\cdot e^{\left(x^3\right)}\,dx$

c) $\int \frac{u}{u^2+3}\,du$ f) $\int \frac{4x+6}{\sqrt{x^2+3x-5}}\,dx$ i) $\int \frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\,dx$

6 Ermittle jeweils das unbestimmte Integral! Verwende dazu die partielle Integration.

a) $\int t\cdot e^{2t}\,dt$ c) $\int t^2\cdot e^t\,dt$ e) $\int t\cdot\cos(t)\,dt$

b) $\int s\cdot\ln(s)\,ds$ d) $\int x\cdot e^{-x}\,dx$ f) $\int t^2\cdot\sin(t)\,dt$

7 Ermittle jeweils das unbestimmte Integral! Verwende dazu die Partialbruchzerlegung.

a) $\int \frac{2x+3}{x^2+x-6}\,dx$ b) $\int \frac{2x^2+3x-5}{x+1}\,dx$ c) $\int \frac{2x+5}{-3x^2+x+2}\,dx$

8 Ermittle jeweils das unbestimmte Integral! Recherchiere gegebenenfalls im Internet nach passenden Ansätzen.

a) $\int \ln(x)\,dx$ c) $\int \tan(x)\,dx$ e) $\int \sin(x)\cdot\cos(x)\,dx$

b) $\int \ln(x)^2\,dx$ d) $\int \tan^2(x)\,dx$ f) $\int e^x\cdot\cos(x)\,dx$

$\boxed{1}$

a) $\frac{x^3}{3} + c$

b) $-\frac{1}{x} + c$

c) $-\frac{1}{2x^2} + c$

d) $\ln(|x|) + c$

e) $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{x^3} + c$

f) $\frac{2}{5} \cdot \sqrt{x^5} + c$

g) $\frac{5}{7} \cdot \sqrt[5]{x^7} + c$

h) $2 \cdot \sqrt{x} + c$

i) $3 \cdot \sqrt[3]{x} + c$

j) $\frac{6}{19} \cdot \sqrt[6]{x^{19}} + c$

k) $\frac{4}{11} \cdot \sqrt[4]{x^{11}} + c$

l) $\frac{3}{8} \cdot \sqrt[3]{x^8} + c$

$\boxed{2}$

a) $2x^2 - 3x + c$

b) $\frac{2}{9}\,x^3 - \frac{5}{4}\,x^2 - x + c$

c) $5x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 17x + c$

d) $3\sin(t) + 6\cos(t) + c$

e) $x^3 - \frac{2 \cdot 3^x}{\ln(3)} - 5\sin(x) + 2 \cdot \sqrt{x^3} + c$

f) $-3\ln(|x|) + 5x + c$

g) $\frac{9}{2}\,\ln(|x|) - 6x + x^2 + c$

h) $\frac{2}{3}\sqrt{z^3} + 2\sqrt{z} + c$

$\boxed{3}$

a) $2x^2y^2z^3 + c$

b) $-\frac{xy^2}{2z^2} + c$

c) $2x \cdot \sin(3t+1) + c$

$\boxed{4}$

a) $\frac{1}{2}\,\sin(2t) + c$

b) $-e^{-t} + c$

c) $\ln(|x+1|) + c$

d) $-\frac{1}{x+1} + c$

e) $-\frac{3}{7}\,\cos(7t+1) - 2t + c$

f) $-\frac{3}{4}\,\ln(|4x-7|) + c$

g) $\frac{2 \cdot 3^{5t-2}}{\ln(3)} + c$

h) $-\frac{2}{9}\,\sqrt{(19-3x)^3} + c$

i) $-\frac{a}{k} \cdot e^{-kt} + c$

$\boxed{5}$

a) $\frac{\ln(x)^3}{3} + c$

b) $-3\,\cos(t^2-3) + c$

c) $\frac{\ln(u^2+3)}{2} + c$

d) $\frac{4}{3} \cdot \sqrt{(5x^2+10)^3} + c$

e) $2 \cdot \sqrt{x^2+1} + c$

f) $4 \cdot \sqrt{x^2+3x-5} + c$

g) $\frac{\ln(z)^2}{2} + c$

h) $\frac{1}{3}\,e^{\left(x^3\right)} + c$

i) $2\,\sin(\sqrt{x}) + c$

$\boxed{6}$

a) $e^{2t} \cdot \left(\frac{t}{2} - \frac{1}{4}\right) + c$

b) $\frac{1}{2}\,s^2 \cdot \ln(s) - \frac{1}{4}\,s^2 + c$

c) $e^t \cdot (t^2 - 2t + 2) + c$

d) $-e^{-x} \cdot (x+1) + c$

e) $t \cdot \sin(t) + \cos(t) + c$

f) $-t^2 \cdot \cos(t) + 2t \cdot \sin(t) + 2 \cdot \cos(t) + c$

$\boxed{7}$

a) $\frac{7}{5} \cdot \ln(|x-2|) + \frac{3}{5} \cdot \ln(|x+3|) + c$

b) $x^2 + x - 6 \cdot \ln(|x+1|) + c$

c) $-\frac{7}{5} \cdot \ln(|x-1|) + \frac{11}{15} \cdot \ln(|3x+2|) + c$

$\boxed{8}$

a) $x \cdot \ln(x) - x + c$
partielle Integration mit $1 \cdot \ln(x)$

b) $x \cdot \ln(x)^2 - 2x \cdot \ln(x) + 2x - c$
partielle Integration mit $1 \cdot \ln(x)^2$

c) $-\ln(|\cos(x)|) + c$
$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$, Substitution $u = cos(x)$

d) $\tan(x) - x + c$
erweitern zu $\tan^2(x) + 1 - 1$ und dann aufspalten, denn $\int(\tan^2(x)+1)\,dx = \tan(x)$

e) $\frac{1}{2}\,\sin^2(x) + c$ oder $-\frac{1}{2}\,\cos^2(x) + c$
partielle Integration: es entsteht dasselbe Integral nochmal, sodass es durch Umformen auf eine Seite gebracht werden kann

f) $e^x \cdot \frac{\sin(x)+\cos(x)}{2} + c$
zweifache partielle Integration: es entsteht dasselbe Integral nochmal, sodass es durch Umformen auf eine Seite gebracht werden kann