Arbeitsblatt: Logarithmus

Version vom 25. April 2025

1 Berechne die folgenden Logarithmen ohne Taschenrechner!

a) $\lg(1000)$ c) $\log_3(81)$ e) $\ln(\sqrt{e})$ g) $\log_5(625)$

b) $\lg(0{,}01)$ d) $\lg(\sqrt[3]{100})$ f) $\log_7(343)$ h) $\lg(\sqrt[5]{0{,}001})$

2 Berechne die folgenden Logarithmen mit Taschenrechner und runde das Ergebnis auf fünf signifikante Stellen! Versuche davor, das Ergebnis ohne Taschenrechner zu schätzen.

a) $\lg(2000)$ c) $\ln(50)$ e) $\log_2(0{,}01)$ g) $\log_5(0{,}03)$

b) $\log_5(300)$ d) $\lg(0)$ f) $\ln(-2)$ h) $\lg(0{,}005)$

3 Zerlege folgende Terme in eine Darstellung mit „einfachsten Numeri", also ohne Produkte, Quotienten, Potenzen und Wurzeln innerhalb des Logarithmus!

a) $\lg\left(xy^n\right)$

b) $\lg\left(\frac{xy}{z}\right)$

c) $\ln\left((xy)^n\right)$

d) $\lg\left(\frac{x^2}{\sqrt{y}}\right)$

e) $\lg(a^2-b^2)$

f) $\lg\left(\sqrt[3]{x^2\cdot y}\right)$

g) $\ln(5k^3)$

h) $\lg(100a^2b^4)$

i) $\ln\left(\frac{z^2+9z}{z-6}\right)$

j) $\lg\left(\frac{x-y}{a^3\cdot\sqrt[5]{b^2}}\right)$

k) $\ln\left(x^2\cdot\frac{\sqrt[5]{y^2}}{\sqrt{z^3}}\right)$

l) $\ln\left(\frac{x^2\cdot\sqrt[3]{y^5}}{a+b}\right)$

m) $\lg\left(\frac{5a^2b^4}{c^7}\cdot\sqrt[3]{\frac{d^5}{f^2}}\right)$

n) $\ln\left(\sqrt{\frac{x^3\cdot y^5}{4x-4y}}\cdot\frac{2z^7y^3}{5x}\right)$

4 Stelle folgende Terme durch einen einzigen Logarithmus dar und vereinfache so weit, wie möglich!

a) $2\cdot\lg(x)+3\lg(y)$

b) $\ln(2)+t$

c) $\frac{1}{2}\cdot\left(\lg(x+y)-\lg(x-y)\right)$

d) $\lg(x)-1+\lg(y)$

e) $4\cdot\ln(x^2)-7\ln(x)$

f) $3\cdot\lg(x)+2$

g) $\log\left(x^3-xy^2\right)-2\cdot\log(x+y)$

h) $5\cdot\log_2(z)-5$

i) $5\cdot\lg(a)-2\cdot\lg(b)+\lg(c-2)-3$

j) $\ln(z^2-1)-\ln(z-1)$

k) $\lg(37)+2\cdot\lg(a)-3$

l) $\ln\left(a^2-b^2\right)-2\cdot\ln(a-b)$

5 Beschreibe, wie man ohne Taschenrechner sofort erkennen kann, dass $\lg(250)$ zwischen 2 und 3 liegt.

6 Erkläre in Worten, wie man den Logarithmus $\log_3(1000)$ relativ genau ermitteln kann, ohne eine Logarithmustaste am Taschenrechner zu verwenden. Es sollen zumindest alle Stellen vor dem Komma stimmen.

7 a) Beschreibe, wann das Ergebnis von $\log_a(x)$ negativ ist, wenn für die Basis $a > 1$ gilt.
b) Beschreibe, wann das Ergebnis von $\log_a(x)$ negativ ist, wenn für die Basis $0 < a < 1$ gilt.

8 Kreuze nachfolgend alle korrekten Umformungen an.

- ◯ $\log(a \cdot b^2) = \log(a) + \log(b) + \log(b)$
- ◯ $\log(a^2 \cdot b) = 2 \cdot \log(a) \cdot \log(b)$
- ◯ $\log(a + b^2) = \log(a) \cdot \log(b^2)$
- ◯ $\log\left(\frac{a}{b^2}\right) = \log(a) - 2 \cdot \log(b)$
- ◯ $\log\left(\frac{a^2}{b}\right) = 2 \cdot \log\left(\frac{a}{b}\right)$

9 Kreuze nachfolgend alle korrekten Umformungen an.

- ◯ $\log(x \cdot y^2) = \log(x) + 2 \cdot \log(y)$
- ◯ $\log(x^2 \cdot y) = \log(x) + \log(x) + \log(y)$
- ◯ $\log(x^2 - y) = \frac{\log(x^2)}{\log(y)}$
- ◯ $\log\left(\frac{x^2}{y}\right) = 2 \cdot \log\left(\frac{x}{y}\right)$
- ◯ $\log\left(\frac{x}{y^2}\right) = \log(x) - 2 \cdot \log(y)$

10 Ordne jedem Term der zweiten Spalte den äquivalenten Term der dritten Spalte zu, indem du den entsprechenden Buchstaben ergänzt.

A	$\log(c) - \log(b) - \log(a)$	$\log\left(\frac{a+b}{c}\right)$	
B	$\log(c) - \log(a + b)$	$\log\left(\frac{c}{b+a}\right)$	
C	$\log(b + a) - \log(c)$	$\log\left(\frac{a \cdot b}{c}\right)$	
D	$\log(a) + \log(b) - \log(c)$	$\log\left(\frac{c}{a \cdot b}\right)$	
E	$\log(a) - \log(b) - \log(c)$	$\log\left(\frac{a}{c \cdot b}\right)$	

11 Ordne jedem Term der zweiten Spalte den äquivalenten Term der dritten Spalte zu, indem du den entsprechenden Buchstaben ergänzt.

A	$\log\left(\frac{x \cdot y^2}{z}\right)$	$\log(y) + \log(z) + \log(x) - \log(2)$	
B	$\log\left(\frac{z \cdot x}{2y}\right)$	$\log(z) + \log(x) - \log(2y)$	
C	$\log\left(\frac{x-2y}{z}\right)$	$2 \cdot \log(y) + \log(x) - \log(z)$	
D	$\log\left(\frac{x \cdot y \cdot z}{2}\right)$	$\log(x - 2y) - \log(z)$	

$\boxed{1}$ a) 3 b) -2 c) 4 d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{1}{2}$ f) 3 g) 4 h) $-\frac{3}{5}$

$\boxed{2}$ a) 3,3010 c) 3,9120 e) −6,6439 g) −2,1787

b) 3,5440 d) nicht definiert f) nicht definiert h) −2,3010

$\boxed{3}$ a) $\lg(x) + n \cdot \lg(y)$

b) $\lg(x) + \lg(y) - \lg(z)$

c) $n \cdot \big(\ln(x) + \ln(y)\big)$

d) $2 \cdot \lg(x) - \frac{1}{2} \cdot \lg(y)$

e) $\lg(a+b) + \lg(a-b)$

f) $\frac{2}{3} \cdot \lg(x) + \frac{1}{3} \cdot \lg(y)$

g) $\ln(5) + 3 \cdot \ln(k)$

h) $2 + 2 \cdot \lg(a) + 4 \cdot \lg(b)$

i) $\ln(z) + \ln(z+9) - \ln(z-6)$

j) $\lg(x-y) - 3 \cdot \lg(a) - \frac{2}{5} \cdot \lg(b)$

k) $2 \cdot \ln(x) + \frac{2}{5} \cdot \ln(y) - \frac{3}{2} \cdot \ln(z)$

l) $2 \cdot \ln(x) + \frac{5}{3} \cdot \ln(y) - \ln(a+b)$

m) $\lg(5) + 2 \cdot \lg(a) + 4 \cdot \lg(b) - 7 \cdot \lg(c) + \frac{5}{3} \cdot \lg(d) - \frac{2}{3} \cdot \lg(f)$

n) $\frac{1}{2} \cdot \ln(x) + \frac{11}{2} \cdot \ln(y) + 7 \cdot \ln(z) - \frac{1}{2} \cdot \ln(x-y) - \ln(5)$

$\boxed{4}$ a) $\lg\left(x^2 \cdot y^3\right)$ d) $\lg\left(\frac{xy}{10}\right)$ g) $\lg\left(\frac{x\cdot(x-y)}{x+y}\right)$ j) $\ln(z+1)$

b) $\ln\left(2e^t\right)$ e) $\ln(x)$ h) $\log_2\left(\frac{z^5}{32}\right)$ k) $\lg\left(\frac{37a^2}{1000}\right)$

c) $\lg\left(\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}\right)$ f) $\lg\left(100x^3\right)$ i) $\lg\left(\frac{a^5\cdot(c-2)}{1000b^2}\right)$ l) $\ln\left(\frac{a+b}{a-b}\right)$

$\boxed{5}$ $\lg(100) = 2$ und $\lg(1000) = 3$

250 liegt zwischen 100 und 1000

$\boxed{6}$ Man könnte die Potenzen von 3 bestimmen und prüfen, zwischen welchen Potenzen die Zahl 1000 liegt. Der kleinere Exponent entspricht dann der Zahl vor dem Komma. Nun könnte man noch abschätzen, bei welcher Potenz 1000 näher liegt (jedoch besteht hier kein linearer Zusammenhang).

$\boxed{7}$ a) Das Ergebnis ist negativ, wenn $0 < x < 1$ erfüllt ist.

b) Das Ergebnis ist negativ, wenn $x > 1$ erfüllt ist.

$\boxed{8}$ richtig, falsch, falsch, richtig, falsch

$\boxed{9}$ richtig, richtig, falsch, falsch, richtig

$\boxed{10}$ C, B, D, A, E

$\boxed{11}$ D, B, A, C