

1] Bestimme die Lösung der folgenden linearen Gleichungssysteme grafisch.

a)  $-x + 2y = 2$   
 $x + y = 4$

c)  $x + 4y = 6$   
 $2x + 8y = 4$

e)  $2x + y = 2$   
 $4x + 2y = 4$

b)  $a - b = 0$   
 $-a + 2b = -1$

d)  $2x_1 - x_2 = 4$   
 $x_1 + x_2 = -1$

f)  $x - 2y = -4$   
 $2x - y = 1$

2] Bestimme die Lösung der folgenden linearen Gleichungssysteme rechnerisch. Überlege zuvor jeweils, welches Lösungsverfahren sinnvoll ist.

a)  $2x - 5y = 8$   
 $x - y = 1$

e)  $12x_1 + 11x_2 = 18$   
 $16x_1 - 7x_2 = -2$

i)  $12x + 9y = 15$   
 $4x + 3y = 5$

b)  $u - 4v = 3$   
 $-5u + 20v = 10$

f)  $4s + 6t = 7$   
 $6s + 9t = 10$

j)  $3x + 5y = 13$   
 $9x - 2y = 5$

c)  $2x - y = 12$   
 $4x + 3y = 14$

g)  $-21x + 15y = 60$   
 $14x - 8y = 10$

k)  $a - 2b = 5$   
 $5a + 6b = 15$

d)  $a + b = 7$   
 $a + 2b = 11$

h)  $11m - 10n = 13$   
 $-8m + 7n = -7$

l)  $5x_1 - 15x_2 = 20$   
 $-2x_1 + 6x_2 = -8$

3] Bestimme die Lösung der folgenden linearen Gleichungssysteme rechnerisch.

a)  $3x + 2y + 7 = x - 5y + 1$   
 $3x - 2y - 6 = 3x - y - 4$

d)  $2 \cdot (3x_1 + 5x_2 - 3) = 2 \cdot (6x_1 - 3x_2) + 4$   
 $2x_1 + 3 \cdot (x_2 - 5) = 7x_2 - 2x_1 + 5$

b)  $2a + b - 4 = 3b - 5$   
 $a + 9b - 2 = 4a + b - 3$

e)  $(x + 3) \cdot (y - 1) = (x - 2) \cdot (y + 1)$   
 $(x + 4) \cdot (y + 3) = (x - 1) \cdot (y + 2)$

c)  $3 \cdot (x - 2) = 3 \cdot (2y + 3)$   
 $2 \cdot (5x - 3) = 4 \cdot (5 - 3y)$

f)  $(3x + 1) \cdot (2 - 3y) = 14 - 3y \cdot (3x + 2)$   
 $(2x + 3) \cdot (3y - 3) = (6y + 7) \cdot x - 4$

4] Bestimme die Lösung der folgenden linearen Gleichungssysteme rechnerisch.

a)  $5x + y + 4z = 3$   
 $x - 3y - 2z = 5$   
 $-x + y + z = 0$

c)  $2a + 7b - c = 13$   
 $17a - 3b + 4c = -9$   
 $3a - 2b + c = -5$

e)  $3a - 2b + 2c = 3$   
 $-a + 3b - c = 1$   
 $2a + 6b + c = 9$

b)  $3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 4$   
 $-2x_1 + x_2 + x_3 = -1$   
 $6x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 6$

d)  $17x + y - 7z = 9$   
 $x + y + z = 1$   
 $4x + 2y + z = 3$

f)  $u + v - 2w = 7$   
 $3u - v + w = 2$   
 $2u + 3v + 5w = 8$

5] Überprüfe, ob die vorgegebene Lösung tatsächlich eine Lösung des Gleichungssystems ist.

a)  $x + 4y = 33$

$3x - 2y = 17$

Lösung:  $x = 5, y = 7$

c)  $-5x_1 + 3x_2 = 2$

$3x_2 - 2x_1 = 8$

Lösung:  $x_1 = 2, x_2 = 4$

b)  $3u + 2v + 3w = -5$

$4v + 3w = 2$

$5u - 7v + w = -6$

Lösung:  $u = -3, v = -1, w = 2$

d)  $2a + 3b + c = 1$

$-a + 2b + c = 0$

$3a - 2b + 2c = 2$

Lösung:  $a = 1, b = -2, c = 5$

6] Gib ein lineares Gleichungssystem an, welches die vorgegebene Lösung als eindeutige Lösung besitzt und bei welchem in jeder Gleichung alle Variablen vorkommen.

a)  $(x, y) = (5, -2)$

c)  $(x_1, x_2, x_3) = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 1)$

b)  $(a, b, c) = (1, 2, 3)$

d)  $(u, v, w) = (-2, 0, 2)$

7] Gib an, wie viele Lösungen das Gleichungssystem in seiner ursprünglichen Form besitzt. Verändere anschließend möglichst wenige Zahlen (höchstens zwei), sodass die beiden anderen Lösungsfälle eintreten.

a)  $3x + 4y = 10$

$6x + 8y = 20$

c)  $x_1 + x_2 = 3$

$2x_1 + 2x_2 = 5$

b)  $5a - 2b = 12$

$5a - 3b = 15$

d)  $2p - 3q = 1$

$3p - 2q = 1$

- 1) a)  $x = 2, y = 2$   
 b)  $a = -1, b = -1$   
 c) keine Lösung (parallele Geraden)  
 d)  $x_1 = 1, x_2 = -2$   
 e)  $y = -2x + 2$  (deckungsgleiche Geraden)  
 f)  $x = 2, y = 3$
- 2) a)  $x = -1, y = -2$   
 b) keine Lösung  
 c)  $x = 5, y = -2$   
 d)  $a = 3, b = 4$   
 e)  $x_1 = \frac{2}{5}, x_2 = \frac{6}{5}$   
 f) keine Lösung  
 g)  $x = 15, y = 25$   
 h)  $m = -7, n = -9$   
 i)  $y = -\frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$  bzw.  $x = -\frac{3}{4}y + \frac{5}{4}$   
 j)  $x = 1, y = 2$   
 k)  $a = \frac{15}{4}, b = -\frac{5}{8}$   
 l)  $x = 3y + 4$  bzw.  $y = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$
- 3) a)  $x = 4, y = -2$   
 b)  $a = -1, b = -\frac{1}{2}$   
 c)  $x = \frac{7}{2}, y = -\frac{3}{4}$   
 d)  $x_1 = 9, x_2 = 4$   
 e)  $x = -5, y = -\frac{9}{5}$   
 f)  $x = 1, y = 2$
- 4) a)  $x = -1, y = -4, z = 3$   
 b)  $x = 2, y = 2, z = 1$   
 c) keine Lösung  
 d)  $y = -3x + 2, z = 2x - 1$   
 e)  $a = 1, b = 1, c = 1$   
 f)  $u = 2, v = 3, w = -1$
- 5) a) 2. Gleichung wird nicht erfüllt  
 b) alle Gleichungen werden erfüllt  
 c) alle Gleichungen werden erfüllt  
 d) 3. Gleichung wird nicht erfüllt
- 6) 1. Schritt: auf der linken Seite der Gleichungen beliebige Koeffizienten wählen  
 2. Schritt: vorgegebene Lösungen einsetzen, um die rechte Seite der Gleichung zu erhalten
- 7) Die folgenden Lösungen sind nur Vorschläge. Es sind auch andere Lösungen möglich.
- |   |   |
|---|---|
| a) unendlich viele Lösungen                                     | c) keine Lösung   |
| genau eine Lösung:<br>$3x + 5y = 10$<br>$6x + 8y = 20$          | unendlich viele Lösungen:<br>$x_1 + x_2 = 3$<br>$2x_1 + 2x_2 = 6$ |
| keine Lösung:<br>$3x + 4y = 10$<br>$6x + 8y = 30$               | genau eine Lösung:<br>$x_1 + x_2 = 3$<br>$2x_1 + 3x_2 = 5$        |
| b) genau eine Lösung  | d) genau eine Lösung  |
| keine Lösung:<br>$5a - 2b = 12$<br>$7,5a - 3b = 15$             | keine Lösung:<br>$2p - 3q = 1$<br>$3p - 4,5q = 1$                 |
| unendlich viele Lösungen:<br>$5a - 2b = 12$<br>$7,5a - 3b = 18$ | genau eine Lösung:<br>$2p - 3q = 1$<br>$3p - 4,5q = 1,5$          |