

Bei Aufgaben, deren Ergebnisse in Exponentialform $r \cdot e^{i\varphi}$ dargestellt werden sollen, muss der Winkel φ im Intervall $(-\pi; \pi]$ liegen.

1 Vereinfache die folgenden Potenzen der imaginären Einheit i . Das Ergebnis soll keine Hochzahl besitzen.

- | | | | | | |
|-------------|-------------|--------------|---------------|------------------|-----------------------|
| a) i^7 | c) i^{-5} | e) i^{-27} | g) i^{101} | i) i^{3509} | k) $\frac{1}{i^{13}}$ |
| b) i^{13} | d) i^0 | f) i^{58} | h) i^{-101} | j) $\frac{1}{i}$ | l) $\frac{1}{i^8}$ |

2 Berechne den Betrag der folgenden komplexen Zahlen!

- | | | | |
|-------------|---------------------------------|-----------------|----------------------------|
| a) $4 + 3i$ | c) $19 + 2i$ | e) $0,7 + 0,2i$ | g) 12 |
| b) $4 - 3i$ | d) $\frac{5}{2} - \frac{3}{4}i$ | f) $25i$ | h) $\sqrt{11} - \sqrt{5}i$ |

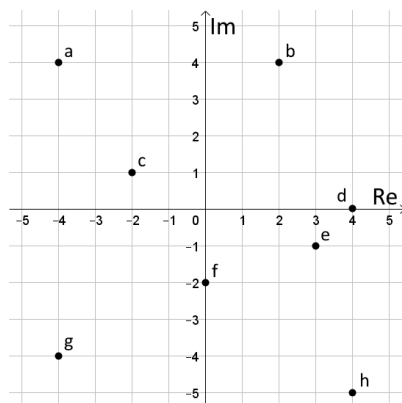
3 Bestimme jeweils die zugehörige komplex konjugierte Zahl!

- | | | | |
|--------------|--------------|---------|---------|
| a) $3 - 5i$ | c) $4 + i$ | e) 5 | g) $2i$ |
| b) $-2 + 3i$ | d) $-6 - 2i$ | f) -8 | h) $-i$ |

4 Stelle die folgenden komplexen Zahlen in der Gaußschen Zahlenebene dar!

- | | | | |
|-------------|-------------|----------|---------|
| a) $3 + 2i$ | c) $4 + i$ | e) $2i$ | g) 2 |
| b) $3 - 2i$ | d) $-4 + i$ | f) $-3i$ | h) -3 |

5 Lies die folgenden Zahlen aus der Gaußschen Zahlenebene ab!



6 Berechne jeweils das Ergebnis der Multiplikation in der Form $a + bi$!

- | | | | |
|------------------------------|------------------------------|-------------------------|------------------------------|
| a) $(3 + 4i) \cdot (2 - 3i)$ | b) $(5 - i) \cdot (-6 + 2i)$ | c) $-3i \cdot (5 + 2i)$ | d) $(4 + 2i) \cdot (4 - 2i)$ |
|------------------------------|------------------------------|-------------------------|------------------------------|

7 Berechne jeweils das Ergebnis der Division in der Form $a + bi$!

- | | | | |
|------------------------|--------------------------|--------------------------|----------------------------|
| a) $\frac{5-i}{3+2i}$ | c) $\frac{20-5i}{4+2i}$ | e) $\frac{5+2i}{3-4i}$ | g) $\frac{31-29i}{5+3i}$ |
| b) $\frac{8+2i}{2-4i}$ | d) $\frac{31-29i}{3-5i}$ | f) $\frac{54+10i}{4-6i}$ | h) $\frac{-36+32i}{-7+3i}$ |

8] Berechne die folgenden Potenzen und gib das Ergebnis in der Form $a + bi$ an!

- a) $(3 + 2i)^2$ b) $(-2 + 5i)^2$ c) $(4 + i)^3$ d) $(6 - 2i)^3$

9] Berechne die Quadratwurzeln der folgenden Zahlen!

- a) $5 + 12i$ c) $120 - 182i$ e) $\frac{19}{225} - \frac{4}{5}i$ g) -9
 b) $3 - 4i$ d) $8i$ f) $0,45 + 0,28i$ h) $0,2772 + 0,1296i$

10] Gegeben sind die folgenden komplexen Zahlen:

$$z_1 = 3 + 4i \quad z_2 = 5 - i \quad z_3 = 0,2 + 0,5i$$

Berechne jeweils das Ergebnis in der Form $a + bi$!

- a) $z_1 + \bar{z}_2$ e) $\frac{z_1 + z_2}{z_3}$ i) $-2z_1$ m) $\text{Im}(z_1) \cdot z_2$
 b) $z_2 \cdot z_3$ f) z_1^2 j) $|z_1| \cdot z_3$ n) $z_3 + \bar{z}_3$
 c) $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$ g) z_3^3 k) $z_2 \cdot z_1 + z_3$ o) $z_1 \cdot \bar{z}_1$
 d) $\frac{z_2}{z_1}$ h) $3 \cdot \bar{z}_3$ l) $z_2 \cdot (z_1 + z_3)$ p) $3i \cdot z_2$

11] Vervollständige die Tabelle.

algebraische Form $a + bi$	trigonometrische Form $r \cdot (\cos(\varphi) + i \cdot \sin(\varphi))$	Exponentialform $r \cdot e^{i\varphi}$
$3 + 4i$		
	$2 \cdot (\cos(\frac{\pi}{2}) + i \cdot \sin(\frac{\pi}{2}))$	
		$7 \cdot e^{0,5i}$
$-2,3i$		
	$3 \cdot (\cos(\pi) + i \cdot \sin(\pi))$	
		$3 \cdot e^{\frac{7\pi}{5} \cdot i}$

12] Gegeben sind zwei komplexe Zahlen z_1 und z_2 in Polarkoordinaten (Exponentialform). Berechne jeweils $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$, z_1^2 und $\sqrt{z_2}$.

- a) $z_1 = 2 \cdot e^{0,5i}$ b) $z_1 = 5 \cdot e^{\frac{2\pi}{3} \cdot i}$ c) $z_1 = \frac{1}{3} \cdot e^{-\frac{3\pi}{4} \cdot i}$ d) $z_1 = 3$
 $z_2 = 3 \cdot e^{-1,2i}$ $z_2 = 2 \cdot e^{\frac{5\pi}{2} \cdot i}$ $z_2 = 0,75 \cdot e^{\frac{\pi}{2} \cdot i}$ $z_2 = 2 \cdot e^{-2i}$

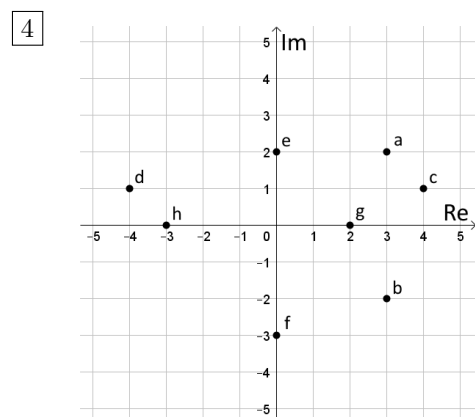
13] Berechne jeweils alle Wurzeln!

- a) $\sqrt[3]{8 \cdot e^{2i}}$ b) $\sqrt[4]{5 \cdot e^{-3i}}$ c) $\sqrt[3]{3 + 4i}$ d) $\sqrt[5]{i}$

- 1) a) $-i$ c) $-i$ e) i g) i i) i k) $-i$
 b) i d) 1 f) -1 h) $-i$ j) $-i$ l) 1

- 2) a) 5 c) $19,105$ e) $0,728$ g) 12
 b) 5 d) $2,610$ f) 25 h) 4

- 3) a) $3 + 5i$ c) $4 - i$ e) 5 g) $-2i$
 b) $-2 - 3i$ d) $-6 + 2i$ f) -8 h) i



- 5) a) $-4 + 4i$ c) $-2 + i$ e) $3 - i$ g) $-4 - 4i$
 b) $2 + 4i$ d) 4 f) $-2i$ h) $4 - 5i$

- 6) a) $18 - i$ b) $-28 + 16i$ c) $6 - 15i$ d) 20

- 7) a) $1 - i$ c) $3,5 - 3i$ e) $0,28 + 1,04i$ g) $2 - 7i$
 b) $0,4 + 1,8i$ d) $7 + 2i$ f) $3 + 7i$ h) $6 - 2i$

- 8) a) $5 + 12i$ b) $-21 - 20i$ c) $52 + 47i$ d) $144 - 208i$

- 9) a) $3 + 2i, -3 - 2i$ e) $\frac{2}{3} - \frac{3}{5}i, -\frac{2}{3} + \frac{3}{5}i$
 b) $2 - i, -2 + i$ f) $0,7 + 0,2i, -0,7 - 0,2i$
 c) $13 - 7i, -13 + 7i$ g) $3i, -3i$
 d) $2 + 2i, -2 - 2i$ h) $0,54 + 0,12i, -0,54 - 0,12i$

- 10) a) $8 + 5i$ e) $10,69 - 11,72i$ i) $-6 - 8i$ m) $20 - 4i$
 b) $1,5 + 2,3i$ f) $-7 + 24i$ j) $1 + 2,5i$ n) $0,4$
 c) $-4,7 + 12,9i$ g) $110 - 74i$ k) $19,2 + 17,5i$ o) 25
 d) $0,44 - 0,92i$ h) $0,6 - 1,5i$ l) $20,5 + 19,3i$ p) $3 + 15i$

11)

algebraische Form	trigonometrische Form	Exponentialform
$3 + 4i$	$5 \cdot (\cos(0,9273) + i \cdot \sin(0,9273))$	$5 \cdot e^{0,9273i}$
$2i$	$2 \cdot (\cos(\frac{\pi}{2}) + i \cdot \sin(\frac{\pi}{2}))$	$2 \cdot e^{\frac{\pi}{2} \cdot i}$
$6,14308 + 3,35598i$	$7 \cdot (\cos(0,5) + i \cdot \sin(0,5))$	$7 \cdot e^{0,5i}$
$-2,3i$	$2,3 \cdot (\cos(\frac{3\pi}{2}) + i \cdot \sin(\frac{3\pi}{2}))$	$2,3 \cdot e^{\frac{3\pi}{2} \cdot i}$
-3	$3 \cdot (\cos(\pi) + i \cdot \sin(\pi))$	$3 \cdot e^{\pi \cdot i}$
$-0,92705 - 2,85317i$	$3 \cdot (\cos(\frac{7\pi}{5}) + i \cdot \sin(\frac{7\pi}{5}))$	$3 \cdot e^{\frac{7\pi}{5} \cdot i}$

12	$z_1 \cdot z_2$	$\frac{z_1}{z_2}$	z_1^2	$\sqrt{z_2}$
	$6 \cdot e^{-0,7 \cdot i}$	$\frac{2}{3} \cdot e^{1,7 \cdot i}$	$4 \cdot e^i$	$\sqrt{3} \cdot e^{-0,6 \cdot i}$ und ca. $\sqrt{3} \cdot e^{2,5416 \cdot i}$
	$10 \cdot e^{-\frac{5\pi}{6} \cdot i}$	$2,5 \cdot e^{\frac{\pi}{6} \cdot i}$	$25 \cdot e^{-\frac{2\pi}{3} \cdot i}$	$\sqrt{2} \cdot e^{-\frac{3\pi}{4} \cdot i}$ und $\sqrt{2} \cdot e^{\frac{\pi}{4} \cdot i}$
	$\frac{1}{4} \cdot e^{-\frac{\pi}{4} \cdot i}$	$\frac{4}{9} \cdot e^{\frac{3\pi}{4} \cdot i}$	$\frac{1}{9} \cdot e^{\frac{\pi}{2} \cdot i}$	$\sqrt{0,75} \cdot e^{\frac{\pi}{4} \cdot i}$ und $\sqrt{0,75} \cdot e^{-\frac{3\pi}{4} \cdot i}$
	$6 \cdot e^{-2 \cdot i}$	$1,5 \cdot e^{2 \cdot i}$	9	$\sqrt{2} \cdot e^{-i}$ und ca. $\sqrt{2} \cdot e^{2,1416i}$

- 13
- a) $w_1 \approx 2 \cdot e^{0,6667i}$, $w_2 \approx 2 \cdot e^{2,7611i}$, $w_3 \approx 2 \cdot e^{-1,4277i}$
- b) $w_1 = \sqrt[4]{5} \cdot e^{-0,75i}$, $w_2 \approx \sqrt[4]{5} \cdot e^{0,8208i}$, $w_3 \approx \sqrt[4]{5} \cdot e^{2,3916i}$, $w_4 \approx \sqrt[4]{5} \cdot e^{-2,3208i}$
- c) $w_1 \approx \sqrt[3]{5} \cdot e^{0,3091i}$, $w_2 \approx \sqrt[3]{5} \cdot e^{2,4035i}$, $w_3 \approx \sqrt[3]{5} \cdot e^{-1,7853i}$
- d) $w_1 \approx e^{0,3142i}$, $w_2 = i$, $w_3 \approx e^{2,8274i}$, $w_4 \approx e^{-2,1991i}$, $w_5 \approx e^{-0,9425i}$