

1] Bestimme von den folgenden Funktionen jeweils das Verhalten im Unendlichen sowie bei allen kritischen Stellen (sofern es welche gibt)!

a) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

d) $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$

g) $f(x) = \frac{2-x^2}{x^2-5}$

b) $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$

e) $f(x) = \frac{3x^2-5x+3}{6-2x}$

h) $f(x) = \frac{x^2-6x+9}{x-3}$

c) $f(x) = \frac{3x^2}{x+4}$

f) $f(x) = \frac{2-x^4}{x^2-1}$

i) $f(x) = \frac{3x^2+4}{5x^2-5x-30}$

2] Berechne den Differenzenquotienten der folgenden Funktionen für das Intervall $[1, 2]$ sowie den Differentialquotienten an der Stelle $x = 3$. Bei den letzten vier Aufgaben wird für das schriftliche Lösen der Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ benötigt.

a) $f(x) = 2$

d) $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$

g) $f(x) = e^x + 2$

b) $f(x) = 4x - 3$

e) $f(x) = x^3 - 2$

h) $f(x) = e^{5x}$

c) $f(x) = x^2 + 3$

f) $f(x) = e^x$

i) $f(x) = 2^x$

3] Bestimme unter Verwendung der Ableitungsregeln elementarer Funktionen und unter Berücksichtigung der Faktor- und Summenregel die Ableitungsfunktion der folgenden Funktionen.

a) $f(x) = 5x^2 - 6x + 3$

g) $f(x) = 2 \ln(x) + 7e^x$

b) $f(x) = x^8 + 7x^5 - 2x^4 + 17x - 7$

h) $f(x) = 5^x - 2^x$

c) $f(x) = \frac{1}{x}$

i) $f(x) = 7 \arccos(x) + 2 \arcsin(x)$

d) $f(x) = 3x^2 + 5\sqrt{x}$

j) $f(x) = \ln(27) \cdot \log_3(x)$

e) $f(x) = 5 \sin(x) - 3 \cos(x) + 7 \tan(x)$

k) $f(x) = 3 \cdot 5^x + 4 \cdot \cos(x)$

f) $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x}}$

l) $f(x) = \frac{3}{\sqrt[3]{x}}$

4] Berechne die Ableitungsfunktion und gib an, welche Ableitungsregeln verwendet werden!

a) $f(x) = e^{5x}$

k) $f(x) = \ln(x) \cdot \sin(x)$

b) $f(x) = \sin(x^2 + 3x - 5)$

l) $f(x) = \frac{3^x \cdot \sin(x)}{x^2}$

c) $f(x) = e^{5x^3-2}$

m) $f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$

d) $f(x) = \sqrt{\ln(x)}$

n) $f(x) = 5x \cdot e^{x^2}$

e) $f(x) = (3x^4 - 5x + 2)^6$

o) $f(x) = 3 \cdot e^{\sin(x^2)}$

f) $f(x) = \frac{1}{4x^3-7x}$

p) $f(x) = x^x$

g) $f(x) = \sqrt[5]{5x^2 + 3x}$

q) $f(x) = x^{e^x}$

h) $f(x) = \sqrt[3]{(5x^2 - 3x + 2)^2}$

r) $f(x) = x^{\sin(x)}$

i) $f(x) = \frac{x^2+5x-1}{x^3-5}$

s) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{3x-5}{7-2x}}$

j) $f(x) = \frac{3x+5}{\sqrt{5x-2}}$

t) $f(x) = 3^x \cdot x^3$

5] Berechne f' , f'' und f''' der folgenden Funktionen.

a) $f(x) = 4x^3 + 5x^2 - 7x + 13$

d) $f(x) = x \cdot \sin(x)$

b) $f(x) = 7e^{3x+2}$

e) $f(x) = x \cdot \cos(x)$

c) $f(x) = 3 \sin(5x - 1)$

f) $f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$

6] Berechne die partiellen Ableitungen zu allen unabhängigen Variablen.

a) $f(x, y, z) = 4x^2y - 5y^3z^2 + 3xyz - 7$

c) $f(x, y, z) = \sqrt{2x + 3y + 5z}$

b) $f(x, y) = 7x \cdot e^{3y-2}$

d) $f(x, y, z) = 5x^2 \cdot 3^y \cdot \sin(2z)$

7] Es ist jeweils y eine Funktion von x , also $y(x)$. Bestimme y' durch implizites Differenzieren!

a) $y \cdot e^x = 1$

c) $x^2 + y^2 = r^2$ r ist konstant

b) $\ln(y) = x \cdot \ln(x)$

d) $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$

1 Kontrolle mittels GeoGebra (Funktionsgraph zeichnen)

2 jeweils zuerst der Differenzenquotient, danach der Differentialquotient

a) 0 und 0

b) 4 und 4

c) 3 und 6

d) 4 und 13

e) 7 und 27

f) 4,671 und 20,086

g) 4,671 und 20,086

h) 21 878,053 und 16 345 086,862

i) 2 und 5,545

3 a) $f'(x) = 10x - 6$

b) $f'(x) = 8x^7 + 35x^4 - 8x^3 + 17$

c) $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

d) $f'(x) = 6x + \frac{5}{2\sqrt{x}}$

e) $f'(x) = 5 \cos(x) + 3 \sin(x) + 7 \tan^2(x) + 7$

f) $f'(x) = -\frac{5}{2\sqrt{x^3}}$

g) $f'(x) = \frac{2}{x} + 7e^x$

h) $f'(x) = 5^x \cdot \ln(5) - 2^x \cdot \ln(2)$

i) $f'(x) = -\frac{5}{\sqrt{1-x^2}}$

j) $f'(x) = \frac{\ln(27)}{x \cdot \ln(3)}$

k) $f'(x) = 3 \cdot 5^x \cdot \ln(5) - 4 \sin(x)$

l) $f'(x) = -\frac{3}{5\sqrt[5]{x^6}}$

4 ...

5 ...

6 ...

7 ...