Arbeitsblatt: Vektorrechnung (Textaufgaben)

$\boxed{1}$ Ein Dreieck hat die Eckpunkte $A(-3 \mid 2)$, $B(2 \mid 5)$, $C(-1 \mid -1)$.

a) Erstelle eine Skizze.

b) Berechne den Umfang.

c) Berechne alle Winkel.

d) Berechne den Flächeninhalt.

e) Ersetze B_y (also den y-Wert von Punkt B) durch eine neue Zahl, sodass das Dreieck in Punkt A rechtwinklig ist.

$\boxed{2}$ Vom Parallelogramm $ABCD$ sind die Eckpunkte $A(-4 \mid -1)$, $C(0 \mid 3)$, $D(-6 \mid 6)$ bekannt.

a) Erstelle eine Skizze.

b) Ermittle den fehlenden Eckpunkt B.

c) Berechne den Umfang.

d) Berechne alle Winkel.

e) Berechne den Flächeninhalt.

$\boxed{3}$ Es sind folgende dreidimensionale Kraftvektoren gegeben (alle Angaben in der Einheit kN):

$$\vec{F_1} = \begin{pmatrix} 5{,}2 \\ 2{,}1 \\ 3{,}7 \end{pmatrix} \qquad \vec{F_2} = \begin{pmatrix} 1{,}9 \\ -2{,}3 \\ 6{,}8 \end{pmatrix}$$

a) Berechne den Vektor und den Betrag der resultierenden Kraft $\vec{F_R}$.

b) Berechne den Winkel zwischen $\vec{F_1}$ und $\vec{F_2}$.

c) Ersetze $\vec{F}_{2,z}$ (den z-Wert von $\vec{F_2}$) durch eine neue Zahl, sodass $\vec{F_1}$ und $\vec{F_2}$ im rechten Winkel stehen.

d) Berechne den Winkel zwischen $\vec{F_R}$ und der xy-Ebene.

$\boxed{4}$ Es ist das Viereck $ABCD$ mit den Eckpunkten $A(-4 \mid 3)$, $B(-5 \mid -2)$, $C(5 \mid 3)$ und $D(2 \mid 6)$ gegeben.

a) Überprüfe rechnerisch, ob es sich dabei um ein Trapez handelt.

b) Ersetze Punkt C durch einen neuen Punkt, damit aus dem Viereck ein Parallelogramm entsteht.

$\boxed{5}$ Es ist das Viereck $ABCD$ mit den Eckpunkten $A(-5 \mid 3)$, $B(3 \mid -4)$, $C(8 \mid 5)$ und $D(1 \mid 8)$ gegeben. Berechne den Flächeninhalt des Vierecks.

$\boxed{6}$ Ein Dreieck besitzt die Eckpunkte $A(1 \mid 2 \mid 3)$, $B(-5 \mid 0 \mid -3)$ und $C(2 \mid -6 \mid 4)$.

a) Berechne den Umfang.

b) Berechne alle Winkel.

c) Berechne den Flächeninhalt.

$\boxed{7}$ Es sind jeweils die Eckpunkte eines Dreiecks bzw. Vierecks gegeben. Überprüfe, ob es sich dabei um die vorgegebene Figur handelt. Schreibe eine kurze Begründung.

a) Rechteck: $A(-2 \mid 5)$, $B(-3 \mid 2)$, $C(3 \mid 0)$, $D(4 \mid 3)$

b) Quadrat: $A(-4 \mid -3)$, $B(1 \mid -4)$, $C(2 \mid 1)$, $D(-3 \mid 2)$

c) gleichschenkliges Dreieck: $A(-2 \mid 4)$, $B(-4 \mid 1)$, $C(3 \mid -1)$

d) rechtwinkliges Dreieck: $A(1 \mid -2)$, $B(-5 \mid 2)$, $C(3 \mid 1)$

$\boxed{8}$ An einem Objekt ziehen vier Kräfte. Die ersten drei Kräfte haben die folgenden Vektoren (alle Angaben in Newton):

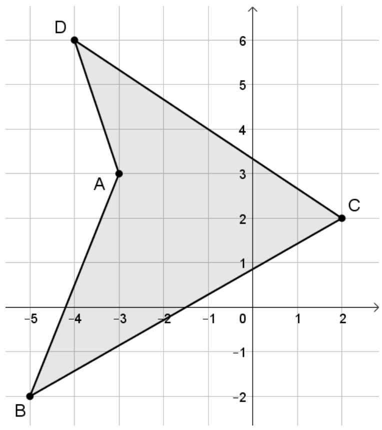
$$\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} 230 \\ 570 \end{pmatrix} \qquad \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} -400 \\ 190 \end{pmatrix} \qquad \vec{F}_3 = \begin{pmatrix} 350 \\ -410 \end{pmatrix}$$

a) Die resultierende Kraft ist $\vec{F}_R = \begin{pmatrix} 300 \\ -200 \end{pmatrix}$. Berechne den Vektor $\vec{F}_4$ der vierten Kraft.

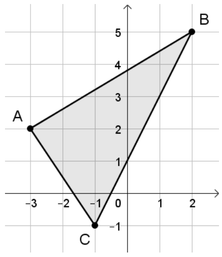
b) Finde heraus, welche der vier Kräfte die größte ist (betragsmäßig).

c) Durch welchen Vektor müsste man $\vec{F}_4$ ersetzen, damit das Objekt im Gleichgewicht ist (also die resultierende Kraft verschwindet).

$\boxed{9}$ Berechne den Flächeninhalt der nachfolgend abgebildeten Figur:



1 a)



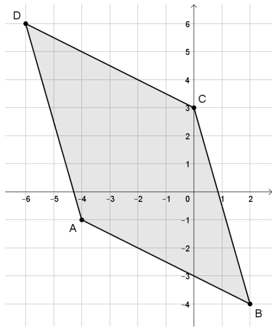
b) 16,145

c) $\alpha = 87{,}274°,\ \beta = 32{,}471°,\ \gamma = 60{,}255°$

d) 10,5

e) $B_y = 5{,}\dot{3}$

2 a)



b) $B = (2 \mid -4)$

c) 26,833

d) $\alpha = \gamma = 132{,}51°,\ \beta = \delta = 47{,}49°$

e) 36

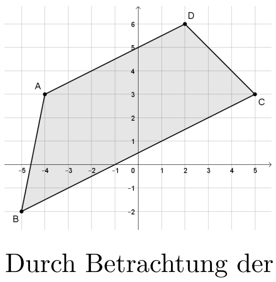
3 a) $\vec{F}_R = \begin{pmatrix} 7{,}1 \\ -0{,}2 \\ 10{,}5 \end{pmatrix} \qquad |\vec{F}_R| \approx 12{,}677\,\mathrm{kN}$

b) 52,733°

c) −1,365

d) 55,923°

4 a) Bei einem Trapez sind zwei gegenüberliegende Seiten parallel.



Durch Betrachtung der Grafik ist klar, dass dafür nur AD und BC in Frage kommen.

$\vec{AD} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{BC} = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix}$

$\frac{6}{3} = 2$ und $\frac{10}{5} = 2$

Beide Steigungen sind gleich. Daher sind die Seiten parallel.

b) $C_{\text{neu}} = (1 \mid 1)$

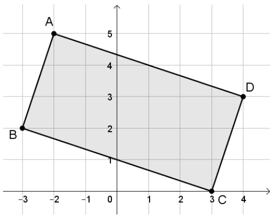
$\boxed{5}$ 80

$\boxed{6}$ a) 28,418

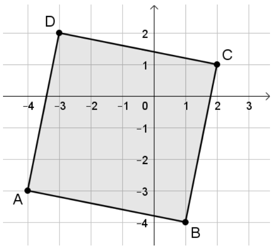
b) $\alpha \approx 86{,}762°,\ \beta \approx 44{,}482°,\ \gamma \approx 48{,}755°$

c) 35,36

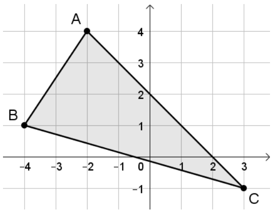
$\boxed{7}$ a) gegenüberliegende Seiten müssen gleich lang sein: $AD = BC \approx 6{,}325$ und $AB = DC \approx 3{,}162$; alle Winkel müssen 90° haben: $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 90°$



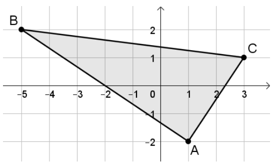
b) Alle Seiten haben die Länge 5,099 und alle Winkel haben 90°.



c) Durch Betrachtung der Skizze erkennt man, dass nur CA und CB gleich lang sein können. Es stellt sich jedoch heraus, dass $CA \approx 7{,}071$ und $CB \approx 7{,}280$ sind. Somit ist es KEIN gleichschenkliges Dreieck.



d) Durch Betrachtung der Skizze erkennt man, dass nur im Punkt A ein rechter Winkel sein kann. Die Berechnung ergibt für α exakt 90°. Somit handelt es sich um ein rechtwinkliges Dreieck.



$\boxed{8}$ a) $\vec{F}_4 = \begin{pmatrix} 120 \\ -550 \end{pmatrix}$

b) $\vec{F}_1$ ist mit ca. 614,65 N die größte Kraft.

c) $\vec{F}_4 = \begin{pmatrix} -180 \\ -350 \end{pmatrix}$

$\boxed{9}$ 20,5