$\boxed{1}$ Erkläre jeweils, welcher Fehler beim Einsetzen in die Lösungsformel gemacht wurde:

a) $3x^2 - 5x + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2}}{2 \cdot 3}$

b) $2x^2 - 7x - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{-7^2 + 4 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 2}$

$\boxed{2}$ Gib eine beliebige quadratische Gleichung in der Form $ax^2 + bx + c = 0$ an, die keine reelle Lösung besitzt und beschreibe nachvollziehbar, wie man eine derartige Gleichung finden kann (ohne zufällige Zahlenkombinationen zu probieren).

$\boxed{3}$ Gib eine beliebige quadratische Gleichung in der Form $ax^2 + bx + c = 0$ an, die genau eine Lösung besitzt und beschreibe nachvollziehbar, wie man eine derartige Gleichung finden kann (ohne zufällige Zahlenkombinationen zu probieren).

$\boxed{4}$ Gib jeweils an, wie viele verschiedene reelle Lösungen die folgenden quadratischen Gleichungen besitzen.

a) $x^2 = -5$

b) $1{,}2x^2 - 2{,}5 = 3{,}6$

c) $28 + 9x^2 = 3x$

d) $5x^2 - 22x + 13 = 0$

$\boxed{5}$ Begründe ausführlich und mathematisch korrekt, ob die folgende Aussage richtig oder falsch ist: Wenn bei der Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ entweder a oder c negativ ist (aber nicht beide), so besitzt die Gleichung mindestens eine reelle Lösung.

$\boxed{6}$ Der Zähler eines Bruches ist um 7 größer als dessen Nenner. Werden Zähler und Nenner um 8 vergrößert, so wird der Bruch um $\frac{1}{10}$ kleiner als der ursprüngliche Bruch. Bestimme alle Brüche, welche diese Eigenschaft erfüllen.

$\boxed{7}$ Die Summe von drei direkt aufeinanderfolgenden Quadratzahlen beträgt 1589. Bestimme die drei Quadratzahlen.

$\boxed{8}$ Gesucht ist eine positive Zahl x mit folgender Eigenschaft: Multipliziert man das Dreifache von x mit jener Zahl, die um 5 kleiner ist als x, so erhält man 2772. Berechne die gesuchte Zahl.

$\boxed{9}$ Bildet man die Summe aus einer natürlichen Zahl und ihrer Quadratzahl, so erhält man 2162. Um welche Zahl handelt es sich?

$\boxed{10}$ Die Summe von zwei natürlichen Zahlen lautet 72. Das Produkt dieser Zahlen ist 567. Um welche Zahlen handelt es sich?

$\boxed{11}$ Finde alle Zahlen, für welche die Terme $x + x$ und $x \cdot x$ zum selben Ergebnis führen.

$\boxed{12}$ Der Umfang eines Rechtecks beträgt 136 mm. Der Flächeninhalt beträgt $11{,}2\,\text{cm}^2$. Welche Seitenlängen hat dieses Rechteck?

$\boxed{13}$ Bei einem Rechteck ist eine Seite um 41 cm kürzer als die andere. Die Länge der Diagonale beträgt 85 cm. Wie lang sind die beiden Seiten des Rechtecks?

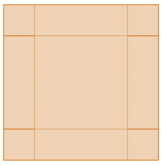
$\boxed{14}$ Begründe ausführlich und mathematisch korrekt, warum es kein Rechteck mit Umfang 8 cm und Flächeninhalt $5\,\text{cm}^2$ gibt.

$\boxed{15}$ Bei einem Rechteck ist eine Seite um 3 m kürzer als die andere Seite. Der Flächeninhalt beträgt $648\,\text{m}^2$. Berechne die beiden Seitenlängen!

$\boxed{16}$ Bestimme die Seitenlängen eines Rechtecks, sodass die Differenz zwischen den beiden Seitenlängen dieselbe ist, wie jene zwischen der längeren Seite und der Diagonale. Die Länge der Diagonale beträgt 415 cm.

17 Es sollen die Seitenlängen zweier Quadrate bestimmt werden. Die Differenz der Seitenlängen beträgt 6 mm. Die Summe der Flächeninhalte der beiden Quadrate beträgt 29,06 cm^2.

18 Gegeben ist ein quadratisches Stück Karton mit der Seitenlänge a. Daraus soll gemäß der abgebildeten (nicht maßstabgetreuen) Skizze eine Faltschachtel mit einer Höhe von 8 cm hergestellt werden.



a) Erstelle einen Term für das Volumen der Schachtel in der Einheit cm^3. Dieser Term darf außer a keine Variablen enthalten.

b) Berechne, welche Seitenlänge der Karton haben muss, damit das Volumen der Schachtel 1 L beträgt.

19 Die Oberfläche O eines Zylinders wird durch die Formel $O = 2\pi r^2 + 2\pi rh$ berechnet. Ein Zylinder hat die Oberfläche $O = 2{,}8\,\mathrm{dm}^2$ und die Höhe $h = 12\,\mathrm{cm}$. Berechne den Radius r und das Volumen V des Zylinders.

20 Bei einem rechtwinkligen Dreieck ist eine Kathete um 49 mm länger als die andere Kathete. Der Flächeninhalt beträgt 3,3 cm^2. Berechne die beiden Kathetenlängen.

21 Bei einem rechtwinkligen Dreieck ist eine Kathete um 2,3 cm länger als die andere Kathete. Die Hypotenuse ist 6,5 cm lang. Berechne die Länge der beiden Katheten.

22 Bei einem Monitor mit einer Bildschirmdiagonale von 89,0 cm unterscheiden sich die beiden Seitenlängen um 46,74 cm.

a) Rechne die Bildschirmdiagonale um in Zoll. Recherchiere gegebenenfalls die Umrechnung im Internet.

b) Berechne die beiden Seitenlängen.

c) Wähle das passende Seitenverhältnis aus.

☐ 4 : 3 ☐ 5 : 4 ☐ 16 : 9 ☐ 16 : 10 ☐ 21 : 9

23 Die beiden Kräfte F_1 und F_2 stehen im rechten Winkel aufeinander. Es ist bekannt, dass F_2 um 170 N größer ist als F_1. Die resultierende Kraft F_R beträgt 530 N. Berechne, wie groß die beiden Kräfte sind.

24 Zwei Kugeln mit den Massen $m_1 = 180\,\mathrm{g}$ und $m_2 = 260\,\mathrm{g}$ stoßen mit den Geschwindigkeiten $v_1 = 2{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und $v_2 = -0{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ zusammen. Die negative Geschwindigkeit der zweiten Kugel bedeutet, dass sie sich in die entgegengesetzte Richtung der ersten Kugel bewegt. Beim elastischen Stoß haben Energie- und Impulserhaltungssatz die folgende Form:

- Energieerhaltungssatz: Die Summe der kinetischen Energien $\frac{m \cdot v^2}{2}$ vor und nach dem Stoß ist gleich.
- Impulserhaltungssatz: Die Summe der Impulse $m \cdot v$ vor und nach dem Stoß ist gleich.

Berechne die Geschwindigkeiten w_1 und w_2 nach dem Stoß.

25 Für den Bremsweg s eines Fahrzeuges mit konstanter Bremsverzögerung gilt folgende physikalische Formel:

$$s = v_0 \cdot t - \tfrac{a}{2} \cdot t^2$$

Dabei ist v_0 die Anfangsgeschwindigkeit, a die Bremsverzögerung und t die Bremsdauer. Berechne die Bremsdauer, wenn der Bremsweg 45 m, die Bremsverzögerung 10 m/s^2 und die Anfangsgeschwindigkeit 108 km/h beträgt. Achte auf die Einheiten!

$\boxed{1}$ a) Im Zähler ist das Minus am Beginn falsch.

b) In der Wurzel muss die Zahl -7 in Klammer stehen, da sonst das Minus nicht quadriert wird.

$\boxed{2}$ Die Diskriminante $b^2 - 4ac$ muss negativ sein. Dies erreicht man, indem b im Vergleich zu a und c sehr klein ist. Zum Beispiel ergibt die Diskriminante für $a = 4, b = 2, c = 5$ den Wert -76. Die Gleichung $4x^2 + 2x + 5 = 0$ hat somit keine reelle Lösung.

$\boxed{3}$ Die Diskriminante $b^2 - 4ac$ muss 0 ergeben. Man könnte dazu für a und b beliebige Zahlen einsetzen und nach c umformen. Zum Beispiel erhält man für $a = 2$ und $b = 10$ die Gleichung $10^2 - 4 \cdot 2 \cdot c = 0$, welche $c = 12{,}5$ ergibt. Die Gleichung $2x^2 + 10x + 12{,}5 = 0$ hat somit nur eine Lösung.

$\boxed{4}$ a) keine b) zwei c) keine d) zwei

$\boxed{5}$ Ist entweder a oder c negativ (aber nicht beide), so wird bei der Diskriminante $b^2 - 4ac$ der hintere Teil insgesamt positiv (oder 0, wenn ein Faktor 0 ist). Somit ist der Term unter der Wurzel keinesfalls negativ und daher gibt es mindestens eine reelle Lösung.

$\boxed{6}$ $\frac{27}{20}$ und $\frac{-21}{-28}$

$\boxed{7}$ $22^2 = 484$, $23^2 = 529$ und $24^2 = 576$

$\boxed{8}$ 33

$\boxed{9}$ 46

$\boxed{10}$ 9 und 63

$\boxed{11}$ 0 und 2

$\boxed{12}$ 28 mm und 40 mm

$\boxed{13}$ 36 cm und 77 cm

$\boxed{14}$ Der Sachverhalt kann durch die beiden Gleichungen $2a + 2b = 8$ und $a \cdot b = 5$ beschrieben werden. Die erste Gleichung kann man zu $a + b = 4$ bzw. $b = 4 - a$ umformen. Setzt man $b = 4 - a$ in die zweite Gleichung ein, so erhält man nach einigen Umformungen $-a^2 + 4a - 5 = 0$. Da die Diskriminante $b^2 - 4ac$ mit -4 negativ ist, gibt es keine reelle Lösung. Somit gibt es kein derartiges Rechteck.

$\boxed{15}$ 24 m und 27 m

$\boxed{16}$ 249 cm und 332 cm

$\boxed{17}$ 35 mm und 41 mm

$\boxed{18}$ a) $(a - 16)^2 \cdot 8$ bzw. $8a^2 - 256a + 2048$ b) ca. 27,18 cm

$\boxed{19}$ $r \approx 2{,}9757\,\text{cm}$ und $V \approx 333{,}82\,\text{cm}^3$

$\boxed{20}$ 11 mm und 60 mm

$\boxed{21}$ 3,3 cm und 5,6 cm

$\boxed{22}$ a) ca. 35 Zoll b) ca. 35,06 cm und 81,80 cm c) 21:9

$\boxed{23}$ 280 N und 450 N

$\boxed{24}$ $w_1 \approx -1{,}345\,\text{m/s}$ und $w_2 \approx 1{,}655\,\text{m/s}$

$\boxed{25}$ $t = 3\,\text{s}$