1 Berechne jeweils die Ableitungsfunktion. Verwende dazu die Ableitungen elementarer Funktionen sowie die Faktorregel und die Summenregel.

a) $f(x) = 5x^2 - 6x + 3$

b) $f(x) = x^8 + 7x^5 - 2x^4 + 17x - 7$

c) $f(x) = \frac{1}{x}$

d) $f(x) = \frac{6}{x^3}$

e) $f(x) = 3x^2 + 5\sqrt{x}$

f) $f(x) = 5\sin(x) - 3\cos(x) + 7\tan(x)$

g) $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x}}$

h) $f(x) = 2\ln(x) + 7e^x$

i) $f(x) = 5^x - 2^x$

j) $f(x) = 7\arccos(x) + 2\arcsin(x)$

k) $f(x) = \ln(27) \cdot \log_3(x)$

l) $f(x) = 3 \cdot 5^x + 4 \cdot \cos(x)$

m) $f(x) = \sqrt[3]{8x^2}$

n) $f(x) = \frac{3}{\sqrt[5]{x}}$

2 Berechne jeweils die Ableitungsfunktion mit Hilfe der Produktregel.

a) $f(x) = \ln(x) \cdot \sin(x)$

b) $f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$

c) $f(x) = 3^x \cdot x^3$

d) $f(x) = 5 \cdot x^3 \cdot \lg(x)$

e) $f(x) = e^x \cdot x^3 \cdot \sin(x)$

f) $f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x) \cdot \tan(x)$

3 Berechne jeweils die Ableitungsfunktion mit Hilfe der Quotientenregel.

a) $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$

b) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

c) $f(x) = \frac{5x^2+1}{4x^3-7x}$

d) $f(x) = \frac{x^2+5x-1}{x^3-5}$

e) $f(x) = \frac{3 \cdot 2^x}{\sin(x)}$

f) $f(x) = \frac{1000}{1+20 \cdot 0{,}7^x}$

4 Berechne jeweils die Ableitungsfunktion mit Hilfe der Kettenregel.

a) $f(x) = e^{5x}$

b) $f(x) = \sin(x^2 + 3x - 5)$

c) $f(x) = e^{5x^3-2}$

d) $f(x) = \sqrt{\ln(x)}$

e) $f(x) = (3x^4 - 5x + 2)^6$

f) $f(x) = \sqrt[5]{5x^2 + 3x}$

g) $f(x) = 3 \cdot e^{\sin(x^2)}$

h) $f(x) = e^{-x^2}$

i) $f(x) = \sin^2(x) + \cos^2(x)$

5 Berechne jeweils die Ableitungsfunktion.

a) $f(x) = \sqrt[3]{(5x^2 - 3x + 2)^2}$

b) $f(x) = \frac{3x+5}{\sqrt{5x-2}}$

c) $f(x) = \frac{3^x \cdot \sin(x)}{x^2}$

d) $f(x) = 5x \cdot e^{x^2}$

e) $f(x) = x^x$

f) $f(x) = x^{e^x}$

g) $f(x) = x^{\sin(x)}$

h) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{3x-5}{7-2x}}$

i) $f(x) = \sqrt{3x^2 + \sin(5x)}$

j) $f(x) = \ln\left(\frac{1+e^x}{1-e^x}\right)$

k) $f(x) = \sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

l) $f(x) = \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

6 Berechne f', f'' und f''' der folgenden Funktionen.

a) $f(x) = 4x^3 + 5x^2 - 7x + 13$

b) $f(x) = 7e^{3x+2}$

c) $f(x) = x \cdot \ln(x)$

d) $f(x) = 3x^2 - 5\sin(2x) + 7e^{3x}$

e) $f(x) = 3\sin(5x - 1)$

f) $f(x) = x \cdot \sin(x)$

g) $f(x) = x \cdot \cos(x)$

h) $f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$

7 Berechne die ersten vier Ableitungen der folgenden Funktion. Vereinfache so weit wie möglich.

$$f(x) = 1 + \frac{1}{2} \cdot x^2 \cdot \ln(x) - \frac{x^2}{4}$$

8 Berechne die partiellen Ableitungen für alle unabhängigen Variablen.

a) $f(x,y,z) = 4x^2y - 5y^3z^2 + 3xyz - 7$

b) $f(x,y) = 5x^2 - 3xy + 4y^2$

c) $f(x,y) = 5x^2y^3$

d) $f(x,y) = 7x \cdot e^{3y-2}$

e) $f(x,y,z) = \sqrt{2x + 3y + 5z}$

f) $f(x,y,z) = 5x^2 \cdot 3^y \cdot \sin(2z)$

9 Interpretiere die folgenden Formeln als Funktionen mehrerer unabhängiger Variablen und bestimme alle gesuchten partiellen Ableitungen.

	Formel	**gesucht**	**Bedeutung der Formel**
a)	$O = 2\pi r^2 + 2\pi rh$	$\frac{\partial O}{\partial h}, \frac{\partial O}{\partial r}$	Oberfläche eines Zylinders
b)	$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$	$\frac{\partial A}{\partial c}, \frac{\partial A}{\partial h}$	Flächeninhalt eines Trapezes
c)	$E = \frac{mv^2}{2}$	$\frac{\partial E}{\partial m}, \frac{\partial E}{\partial v}$	kinetische Energie
d)	$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	$\frac{\partial F}{\partial m_1}, \frac{\partial F}{\partial r}$	Newtonsches Gravitationsgesetz
e)	$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$	$\frac{\partial R}{\partial R_1}, \frac{\partial R}{\partial R_2}$	Widerstand einer Parallelschaltung

10 Es ist jeweils y eine Funktion von x, also $x \mapsto y(x)$. Bestimme y' durch implizites Differenzieren!

a) $y \cdot e^x = 1$

b) $\ln(y) = x \cdot \ln(x)$

c) $x^2 + y^2 = r^2$ (r ist konstant)

d) $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$

$\boxed{1}$

a) $f'(x) = 10x - 6$

b) $f'(x) = 8x^7 + 35x^4 - 8x^3 + 17$

c) $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

d) $f'(x) = -\frac{18}{x^4}$

e) $f'(x) = 6x + \frac{5}{2\sqrt{x}}$

f) $f'(x) = 5\cos(x) + 3\sin(x) + 7\tan^2(x) + 7$

g) $f'(x) = -\frac{5}{2\sqrt{x^3}}$

h) $f'(x) = \frac{2}{x} + 7e^x$

i) $f'(x) = 5^x \cdot \ln(5) - 2^x \cdot \ln(2)$

j) $f'(x) = -\frac{5}{\sqrt{1-x^2}}$

k) $f'(x) = \frac{\ln(27)}{x \cdot \ln(3)}$

l) $f'(x) = 3 \cdot 5^x \cdot \ln(5) - 4\sin(x)$

m) $f'(x) = \frac{4}{3 \cdot \sqrt[3]{x}}$

n) $f'(x) = -\frac{3}{5\sqrt[5]{x^6}}$

$\boxed{2}$ ...

$\boxed{3}$ ...

$\boxed{4}$ ...

$\boxed{5}$ ...

$\boxed{6}$ ...

$\boxed{7}$ $f'(x) = x \cdot \ln(x)$

$f''(x) = \ln(x) + 1$

$f'''(x) = \frac{1}{x}$

$f^{(4)}(x) = -\frac{1}{x^2}$

$\boxed{8}$ ...

$\boxed{9}$ ...

$\boxed{10}$ ...